

**Использование математического
моделирования для анализа
динамики распространения новой
коронавирусной инфекции на
территории Красноярского края**

Шадрин Константин Викторович

старший преподаватель кафедры медицинской
кибернетики и информатики

Красноярск, 08 января 2021

Актуальность



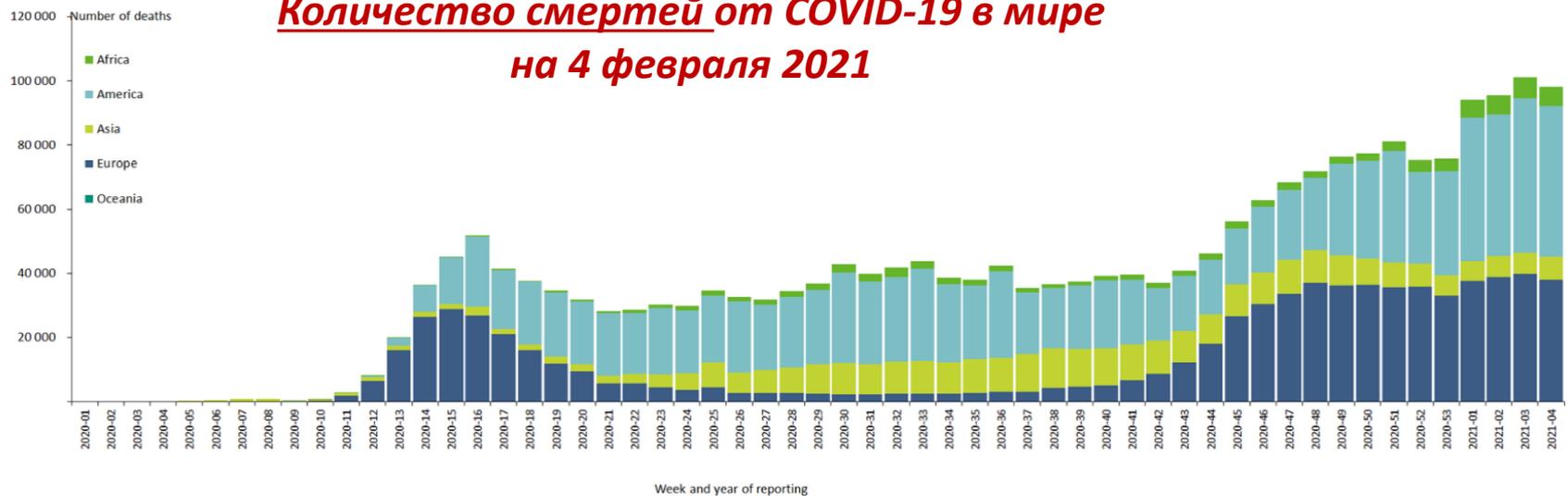
European Centre for Disease Prevention and Control

An agency of the European Union

Подтвержденные случаи заражения COVID-19 в мире на 4 февраля 2021

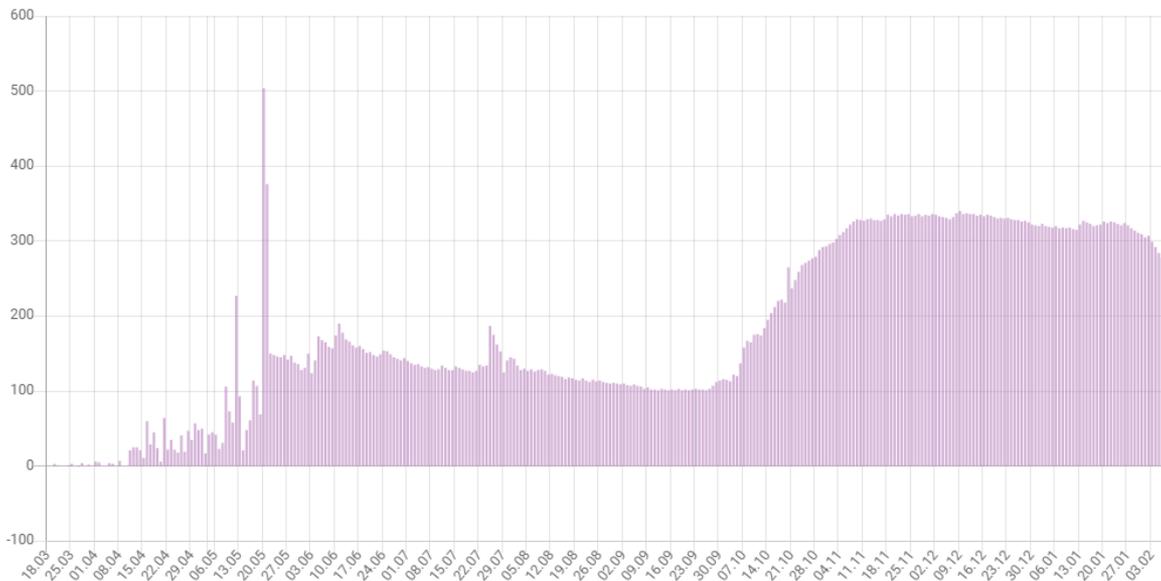


Количество смертей от COVID-19 в мире на 4 февраля 2021

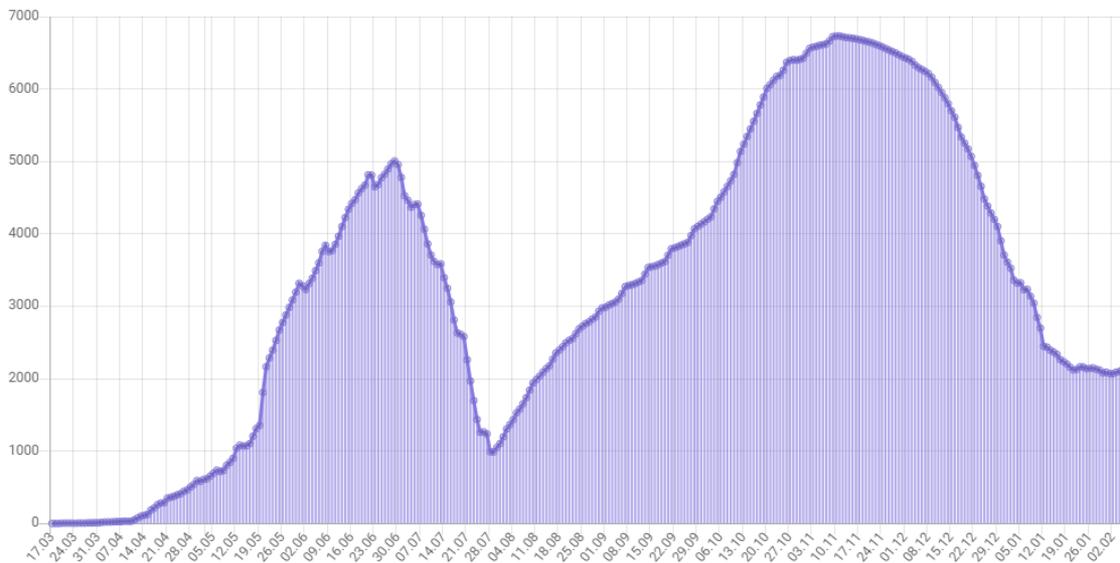


Актуальность

Динамика новых случаев заражения коронавирусом в Красноярском крае



Количество зараженных на данный момент времени



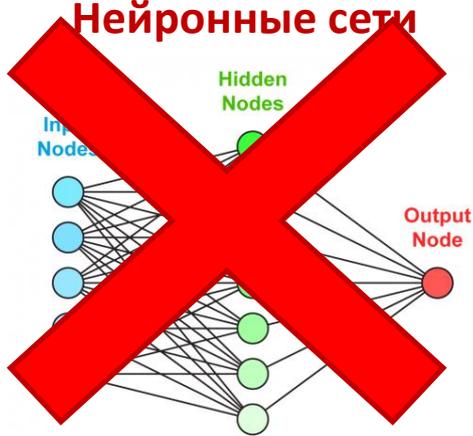
CORONAVIRUS (COVID-19)

Цель

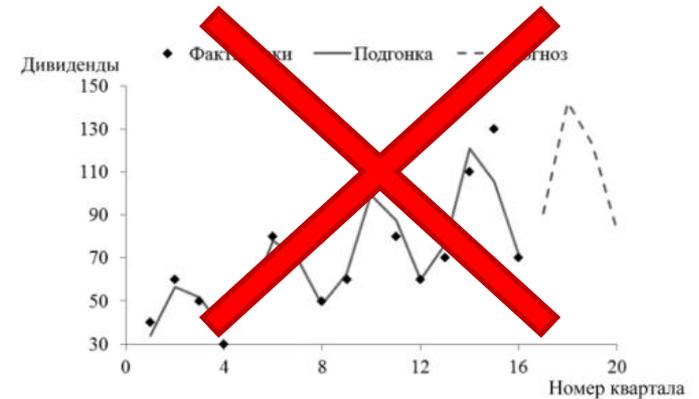
Прогнозирование возможного распространения новой коронавирусной инфекции (COVID-19) на территории г. Красноярска и Красноярского края с применением математического моделирования.

Математические подходы к прогнозированию эпидемий

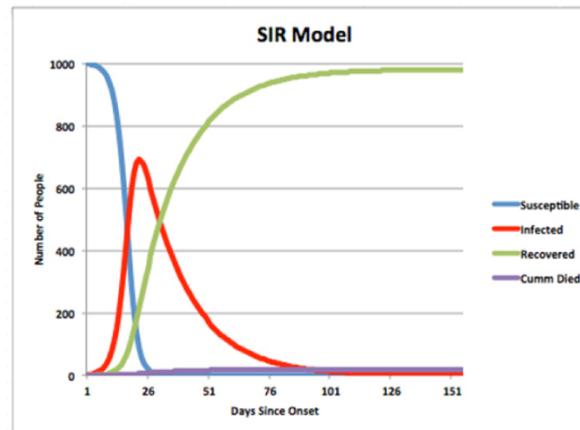
Нейронные сети



ADL-модели



Дифференциальные уравнения



R_0

Компартментальный подход к моделированию распространения эпидемического заболевания



Моделирование распространения COVID-19 в Китае

Predicting the cumulative number of cases for the COVID-19 epidemic in China from early data

Z. LIU^{(a),†}, P. MAGAL^{(a,b),†}, O. SEYDI^(c), AND G. WEBB^{(d),†}

^(a)*School of Mathematical Sciences, Beijing Normal University,
Beijing 100875, People's Republic of China*

^(b)*Univ. Bordeaux, IMB, UMR 5251, F-33400 Talence, France.
CNRS, IMB, UMR 5251, F-33400 Talence, France.*

^(c)*Département Tronc Commun, École Polytechnique de Thiès, Sénégal*

^(d)*Mathematics Department, Vanderbilt University, Nashville, TN, USA*

February 28, 2020

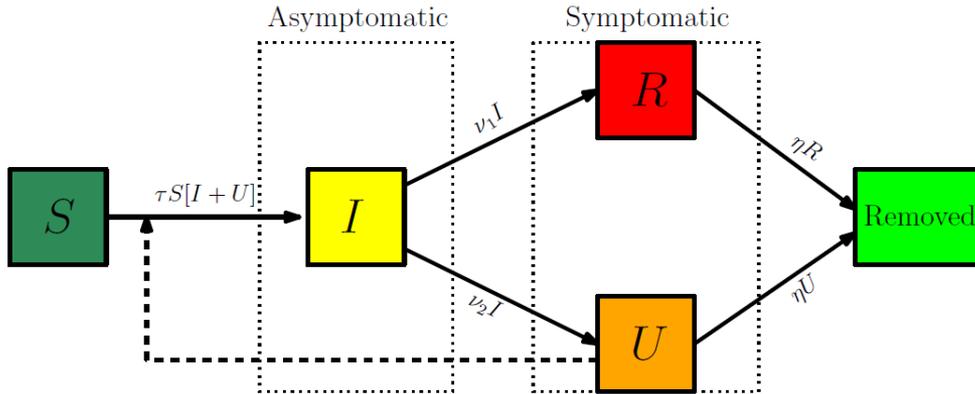
Abstract

We model the COVID-19 coronavirus epidemic in China. We use early reported case data to predict the cumulative number of reported cases to a final size. The key features of our model are the timing of implementation of major public policies restricting social movement, the identification and isolation of unreported cases, and the impact of asymptomatic infectious cases.

1 Introduction

Many mathematical models of the COVID-19 coronavirus epidemic in China have been developed, and some of these are listed in our references [4, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15]. We develop here a model describing this epidemic, focused on the effects of the Chinese government imposed public policies

Моделирование распространения COVID-19 в Китае



$$\begin{cases} S'(t) = -\tau(t)S(t)[I(t) + U(t)], \\ I'(t) = \tau(t)S(t)[I(t) + U(t)] - \nu I(t), \\ R'(t) = \nu_1 I(t) - \eta R(t), \\ U'(t) = \nu_2 I(t) - \eta U(t). \end{cases}$$

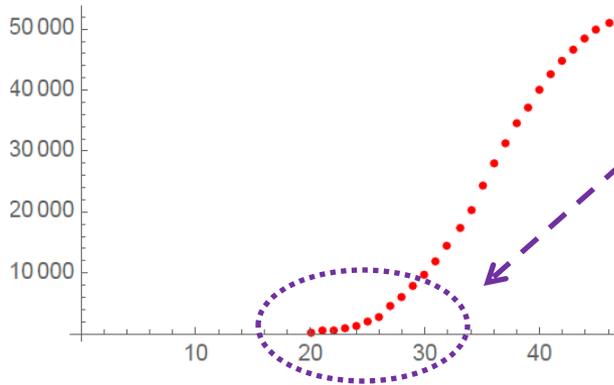
Figure 1: Compartments and flow chart of the model.

Table 1: Parameters of the model.

Symbol	Interpretation
t_0	Time at which the epidemic started
S_0	Number of susceptible at time t_0
I_0	Number of asymptomatic infectious at time t_0
U_0	Number of unreported symptomatic infectious at time t_0
$\tau(t)$	Transmission rate at time t
$1/\nu$	Average time during which asymptomatic infectious are asymptomatic
f	Fraction of asymptomatic infectious that become reported symptomatic infectious
$\nu_1 = f\nu$	Rate at which asymptomatic infectious become reported symptomatic
$\nu_2 = (1 - f)\nu$	Rate at which asymptomatic infectious become unreported symptomatic
$1/\eta$	Average time symptomatic infectious have symptoms

Моделирование распространения COVID-19 в Китае

Cumulative reported cases

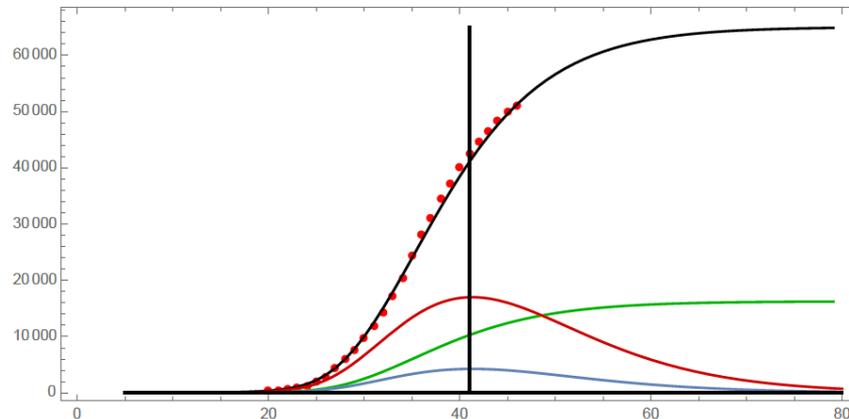


$$CR(t) = \chi_1 \exp(\chi_2 t) - \chi_3, \quad t \geq t_0$$

$$I_0 = \frac{\chi_2 \chi_3}{f(\nu_1 + \nu_2)}$$

$$U_0 = \left(\frac{(1-f)(\nu_1 + \nu_2)}{\eta + \chi_2} \right)$$

$$\tau_0 = \left(\frac{\chi_2 + \nu_1 + \nu_2}{S_0} \right) \left(\frac{\eta + \chi_2}{\nu_2 + \eta + \chi_2} \right)$$



$$\mathcal{R}_0 = \left(\frac{\tau_0 S_0}{\nu_1 + \nu_2} \right) \left(1 + \frac{\nu_2}{\eta} \right)$$

Задачи

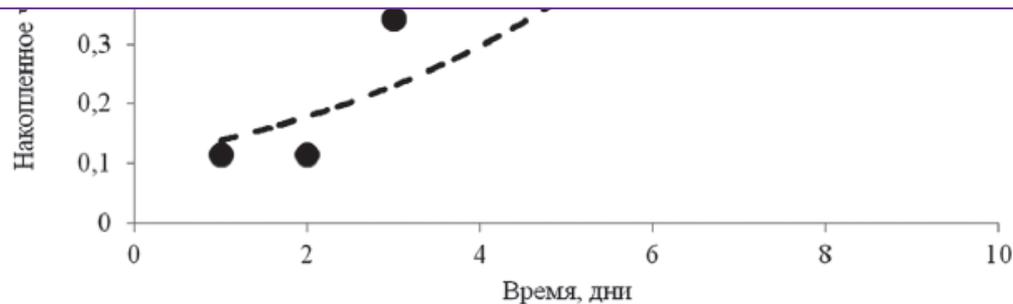
1. Определить наиболее оптимальные «уровень» необходимых ограничительных мер и время их введения с учетом возможностей системы здравоохранения.
2. Спрогнозировать динамику развития пандемии в условиях постоянной актуализации данных об уровне заболеваемости и введенных ограничительных мер.

Моделирование распространения COVID-19 на территории г. Красноярска

Table 1

Estimated Mean Values of R_0 from Data.

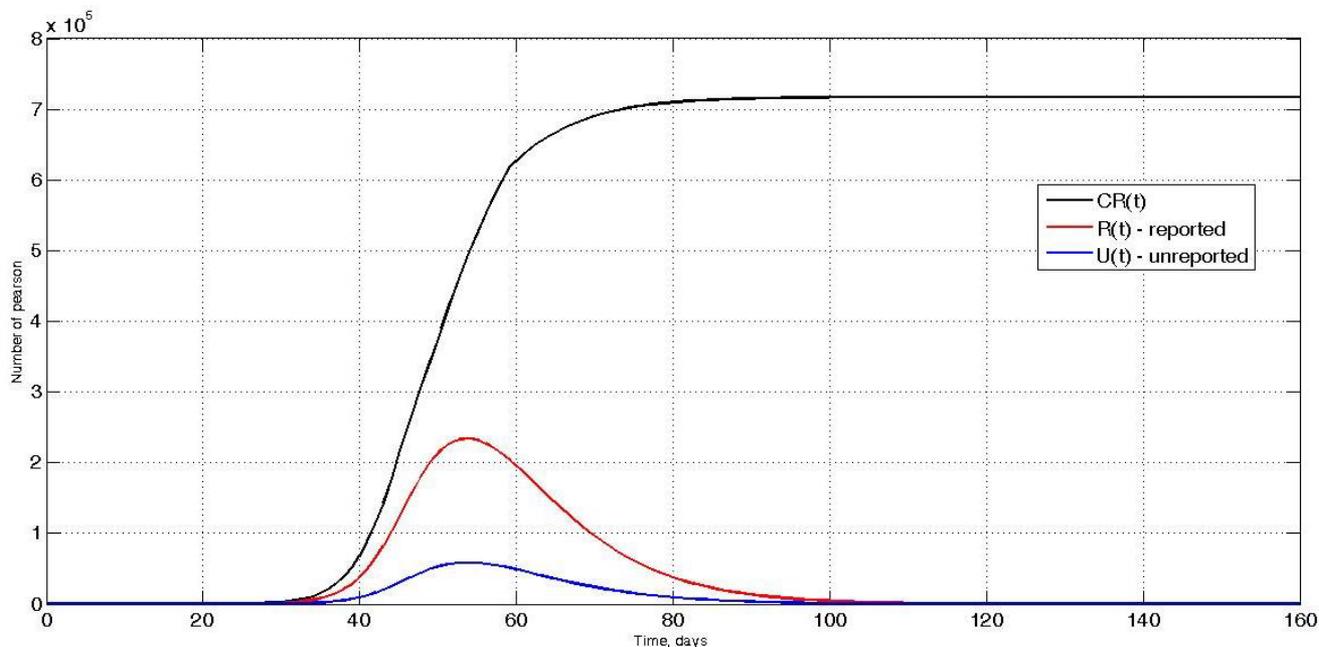
Disease outbreak and location	R_0	Reference
Smallpox in Indian subcont. (1968–73)	4.5 <i>Оспа</i>	Anderson and May (1991)
Poliomyelitis in Europe (1955–60)	6	Anderson and May (1991)
Measles in Ghana (1960–68)	14.5 <i>Корь</i>	Anderson and May (1991)
SARS epidemic in (2002–03) <i>Атип. пневм.</i>	3.5	Gumel et al. (2004)
1918 Spanish influenza in Geneva		
Spring wave	1.5	Chowell, Ammon, Hengartner, and Hyman (2006)
Fall wave	3.8	Chowell et al. (2006)
H2N2 influenza pandemic in US (1957)	1.68	Longini, Halloran, Nizam, and Yang (2004)
H1N1 influenza in South Africa (2009)	1.33	White, Archer, and Pagano (2013)
Ebola in Guinea (2014)	1.51	Althaus (2014)
Zika in South America (2015–16)	2.06	Gao et al. (2016)



$R_0=3,8$

Моделирование распространения COVID-19 на территории г. Красноярска

Отсутствие карантинных мероприятий

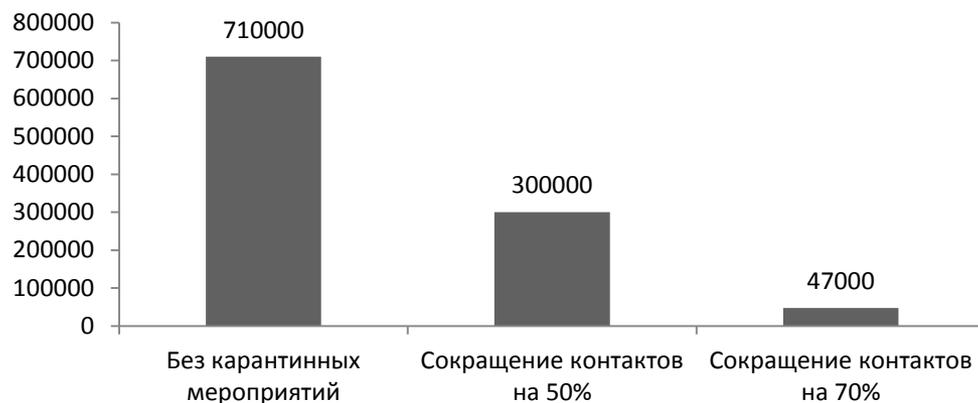


1. Численность населения, которое **переболеет за весь период** пандемии – **710 000** человек.
2. Численность населения, которое будет **болеть в момент пика** пандемии – **234 380** человек.
3. День, на который наступит **пик пандемии** – **53** сутки.

Моделирование распространения COVID-19 на территории г. Красноярска

на 23.03.2020

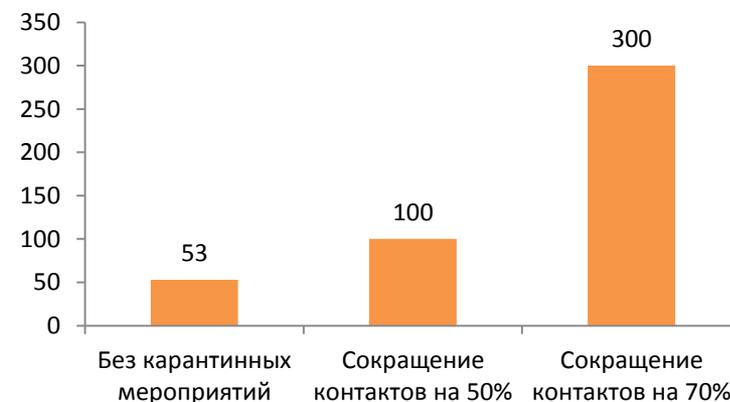
Количество человек, переболевших за весь период пандемии



Количество человек, болеющих на момент пика



Время наступления пика пандемии, сут



Подбор интенсивности ограничительных мер на территории г. Красноярска

на 23.03.2020

Численность болеющих в момент пика

День возникновения пика от момента первого заболевшего

Жесткость карантина	День введения карантина				
	9	16	23	30	37
0,10	1	3	14	62	288
0,15	1	3	14	64	300
0,20	1	3	15	68	316
0,25	1	3	16	72	338
0,30	1	4	16	80	373
0,35	1	4	20	97	453
0,40	5974	5979	5990	6054	6348
0,45	19733	19732	19737	19792	20031
0,50	35927	36911	36937	36975	37155
0,55	55309	55282	55247	55299	55504
0,60	73606	73614	73601	73630	73779
0,65	91085	91059	91241	91255	91302
0,70	107854	107666	107846	107822	107808
0,75	123288	123181	123316	123329	123389
0,80	137562	137451	137525	137586	137613
0,85	150652	150638	150821	150794	150875
0,90	162955	162952	162882	162898	162523

Жесткость карантина	День введения карантина				
	9	16	23	30	37
0,10	15	21	28	35	42
0,15	16	22	29	36	42
0,20	16	22	30	38	44
0,25	17	24	32	39	45
0,30	22	27	34	42	48
0,35	47	53	60	64	67
0,40	610	525	442	357	269
0,45	347	309	272	233	195
0,50	251	225	203	180	158
0,55	198	181	165	150	135
0,60	166	154	143	132	121
0,65	142	136	127	119	111
0,70	127	121	114	108	102
0,75	114	110	105	101	96
0,80	103	101	97	95	91
0,85	96	94	91	89	88
0,90	89	87	87	85	83

Подбор интенсивности ограничительных мер на территории г. Красноярска

на 23.03.2020

Жесткость карантина	День введения карантина				
	9	16	23	30	37
0,10	1,000000	0,990606	0,980039	0,969699	0,959773
0,15	0,999223	0,991411	0,979940	0,974810	0,966626
0,20	1,001709	0,998643	0,987305	0,976219	0,968109
0,25	1,015396	1,006355	0,995249	0,983828	0,976507
0,30	1,034563	1,030698	1,019007	1,008214	0,999928
0,35	1,946218	1,823159	1,766294	1,375863	1,237413
0,40	0,223095	0,365983	0,482947	0,608118	0,735223
0,45	0,677230	0,727531	0,782966	0,834161	0,894973
0,50	0,901795	0,947011	0,976236	1,009474	1,041904
0,55	1,089473	1,115619	1,136645	1,157654	1,180733
0,60	1,243108	1,259935	1,276083	1,293619	1,309631
0,65	1,382798	1,390463	1,405576	1,417977	1,429451
0,70	1,505265	1,513065	1,524805	1,533611	1,542479
0,75	1,618438	1,622244	1,629216	1,634888	1,642530
0,80	1,720000	1,722681	1,729405	1,732915	1,738222
0,85	1,809835	1,813110	1,818597	1,821341	1,823067
0,90	1,895065	1,898182	1,897753	1,900986	1,902046

Слишком медленное накопление коллективного иммунитета

Слишком долгий эпидпроцесс

Наиболее оптимальное соотношение между числом заболевших и длительностью эпидпроцесса

Очень большое число заболевших, система здравоохранения не справится с потоком пациентов

Учет изменяющейся жесткости введенных ограничительных мер

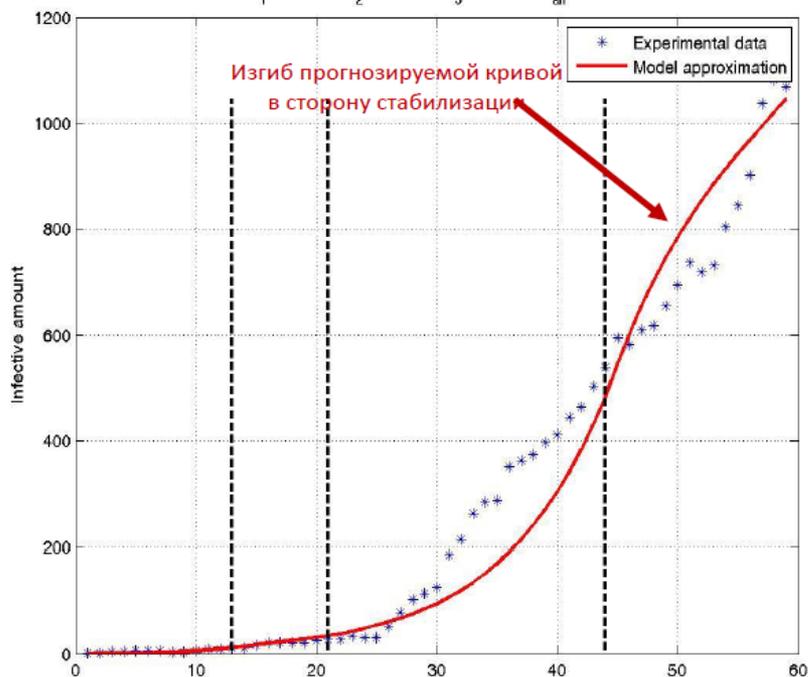
$$\begin{cases} S'(t) = -\beta(t) \cdot \tau(t)[I(t) + U(t)] \\ I'(t) = \beta(t) \cdot \tau(t)[I(t) + U(t)] - \nu I(t) \end{cases}$$



Динамика подтвержденных больных на данный момент Сравнение с моделью

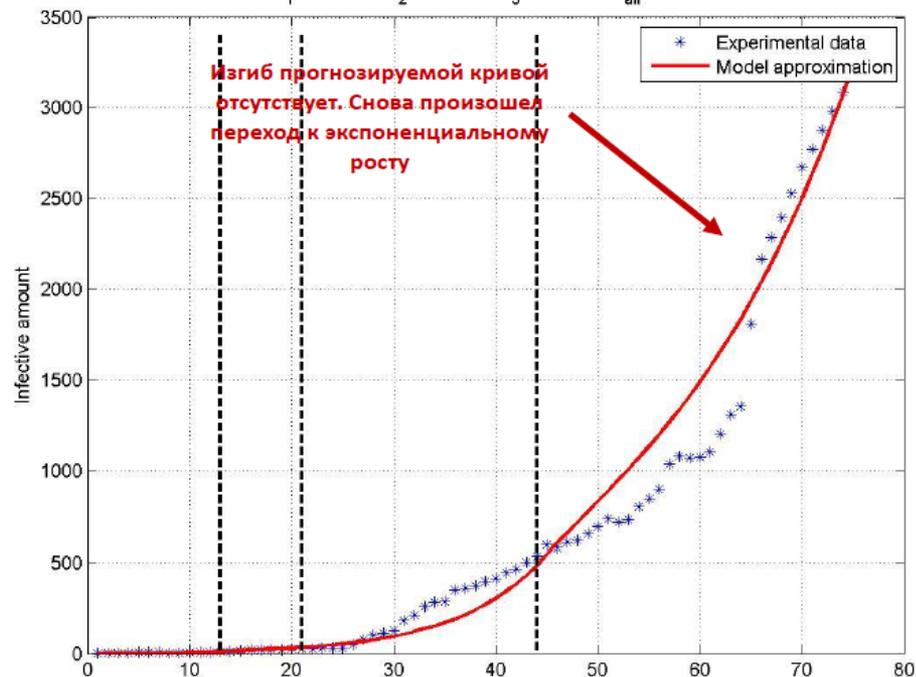
Прогноз от 15.05.2020

$R_1^2=0.48833$; $R_2^2=0.42299$; $R_3^2=0.92313$; $R_{all}^2=0.9535$



Прогноз от 01.06.2020

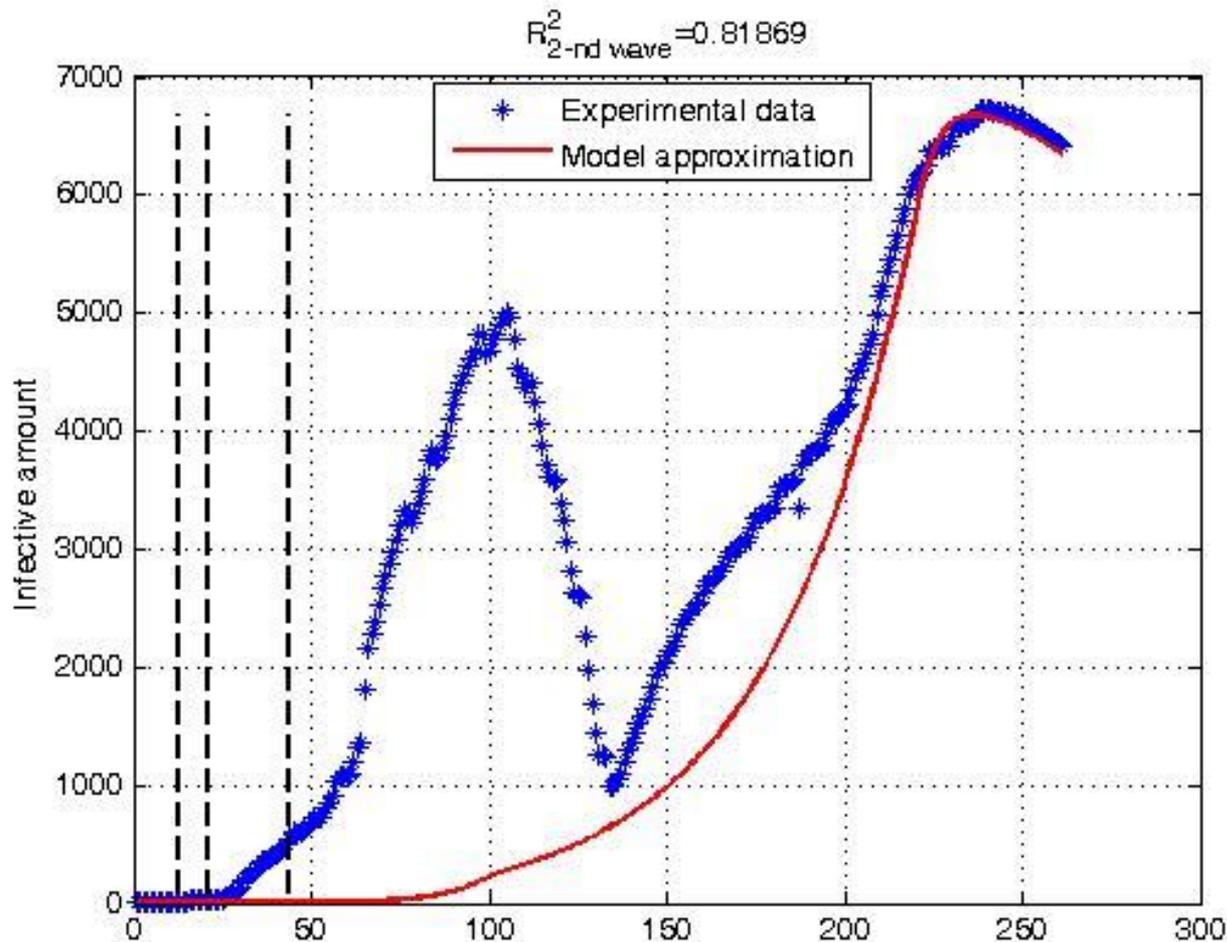
$R_1^2=0.48833$; $R_2^2=0.42298$; $R_3^2=0.96069$; $R_{all}^2=0.96908$



При прогнозе от 15.05.2020 появился изгиб прогнозируемой кривой в сторону стабилизации. Однако, при прогнозе 01.06.2020 данного изгиба уже нет, а динамика опять вернулась к экспоненциальному росту

Динамика подтвержденных больных на данный момент

Сравнение с моделью на 04.12.2020



Заключение

- **«Уровень» ограничительных мер**, которые необходимо было ввести на территории г. Красноярска – **0,3-0,4** (снижение контактов на 60-70%).
- **Время введения** ограничительных мер – **9-30 день** от начала пандемии (фактический момент введения – 14 день).
- Результаты прогнозирования:

	Предсказание на 23.03.2020 (г. Красноярск)	Предсказание на 04.12.2020 (Красноярский край)	Реальные данные (Красноярский край)
Количество болеющих «в пик» пандемии, чел	6300	6678	6723
Время наступления «пика» пандемии, сут	300 (10.01.2021)	237 (06.11.2020)	240 (09.11.2020)