

Кафедра медицинской и биологической физики

Темы лекции:

Гармонические колебания.

Лекция №3

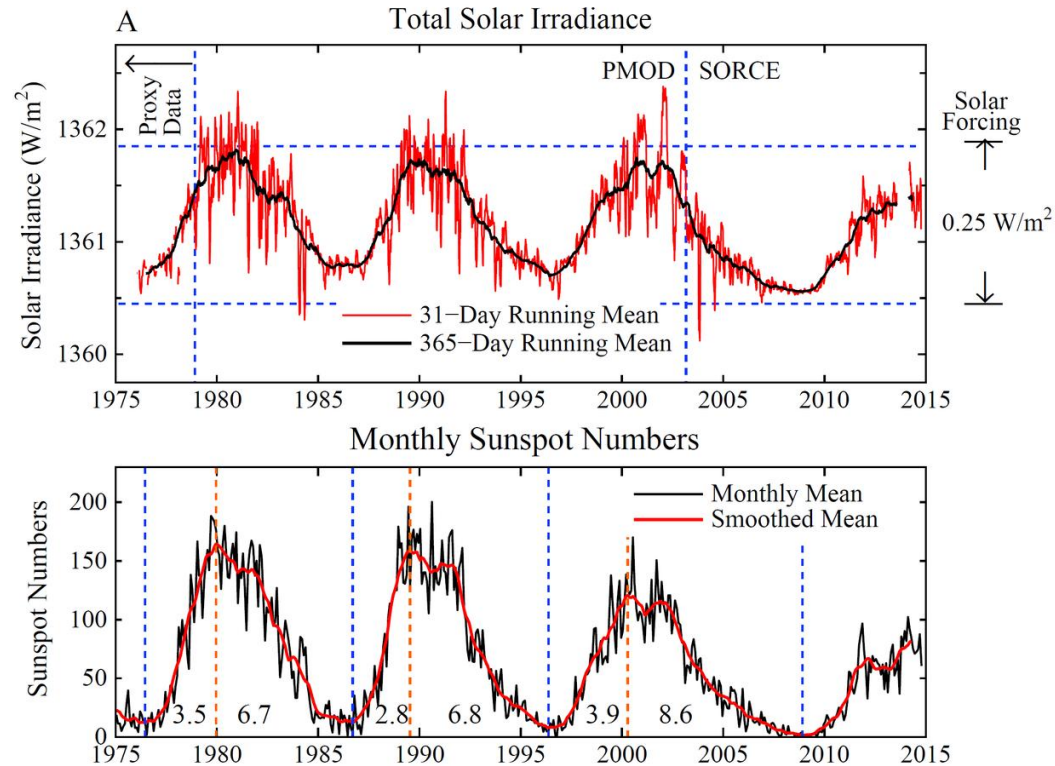
**для студентов 1 курса, обучающихся
по специальности – Стоматология**

План лекции

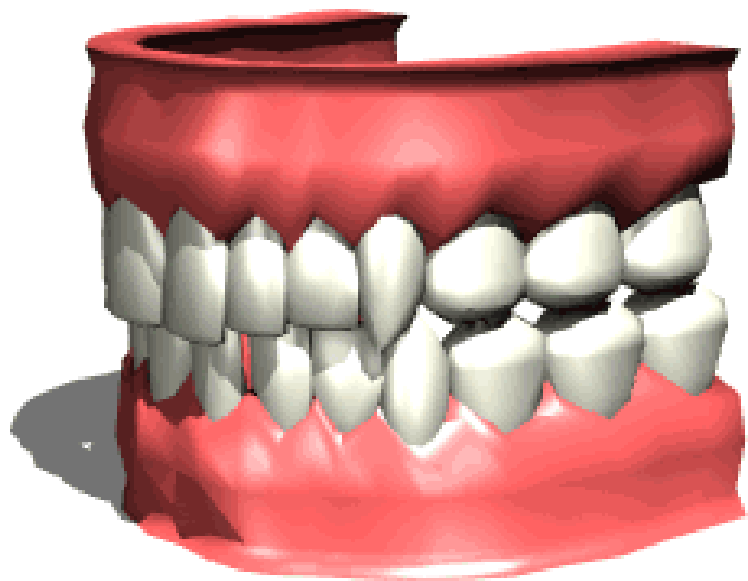
1. Гармонические колебания и их характеристики.
2. Пружинный, физический и математический маятники.
3. Затухающие колебания
4. Вынужденные колебания

Колебания

- Колебания — это повторяющийся в той или иной степени во времени процесс изменения состояний системы.



Колебания в стоматологии

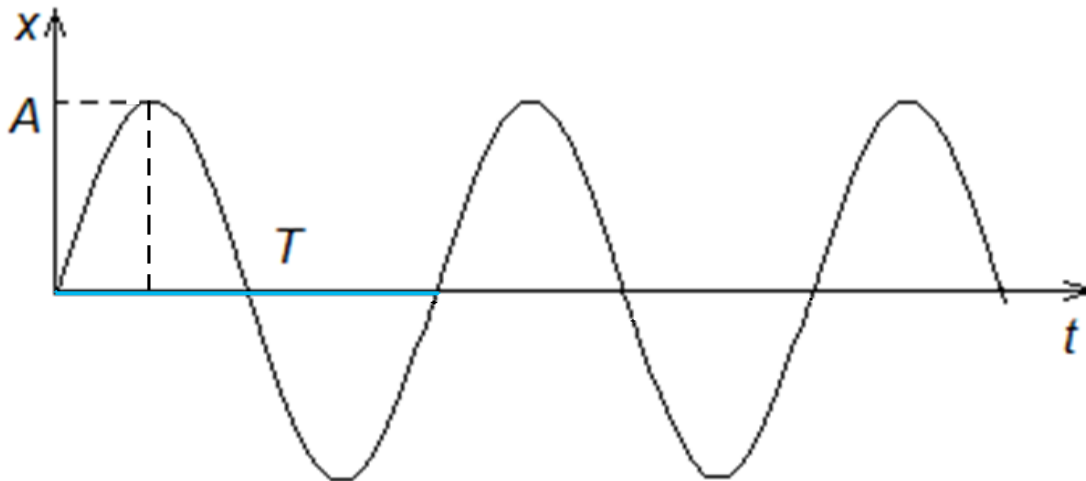


Гармонические колебания

- Гармонические колебания – это колебания, при которых колеблющаяся величина изменяется со временем по закону синуса или косинуса.

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$



Характеристики гармонических колебаний

- Амплитуда колебаний A – максимальное значение колеблющейся величины.
- Циклическая частота ω число колебаний за 2π секунд.

$(\omega t + \varphi_0)$ – фаза колебаний в момент t , она определяет значение колеблющейся величины в момент t .

φ_0 – начальная фаза колебаний.

Характеристики гармонических колебаний

- Частота колебаний ν – число колебаний в единицу времени.
- **Период колебаний** T – время одного полного колебания.
- Связь периода и частоты:

$$\nu = \frac{1}{T}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Единицы измерения характеристик гармонических колебаний:

- Амплитуда измеряется в тех же единицах, что и сама колеблющаяся величина.
- Фаза колебания – радиан [рад].
- Период колебаний – секунда [с].
- Частота колебаний – Герц (Гц).
- Циклическая частота – радиан в секунду $\left[\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right]$

Скорость и ускорение при гармонических колебаниях

- Пусть материальная точка совершает гармонические колебания по закону:

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

- Скорость движения точки равна:

$$V = \frac{dx}{dt} = (A \sin(\omega t + \varphi_0))' = A \omega \cos(\omega t + \varphi_0)$$

- Амплитуда изменения скорости – $A \omega$

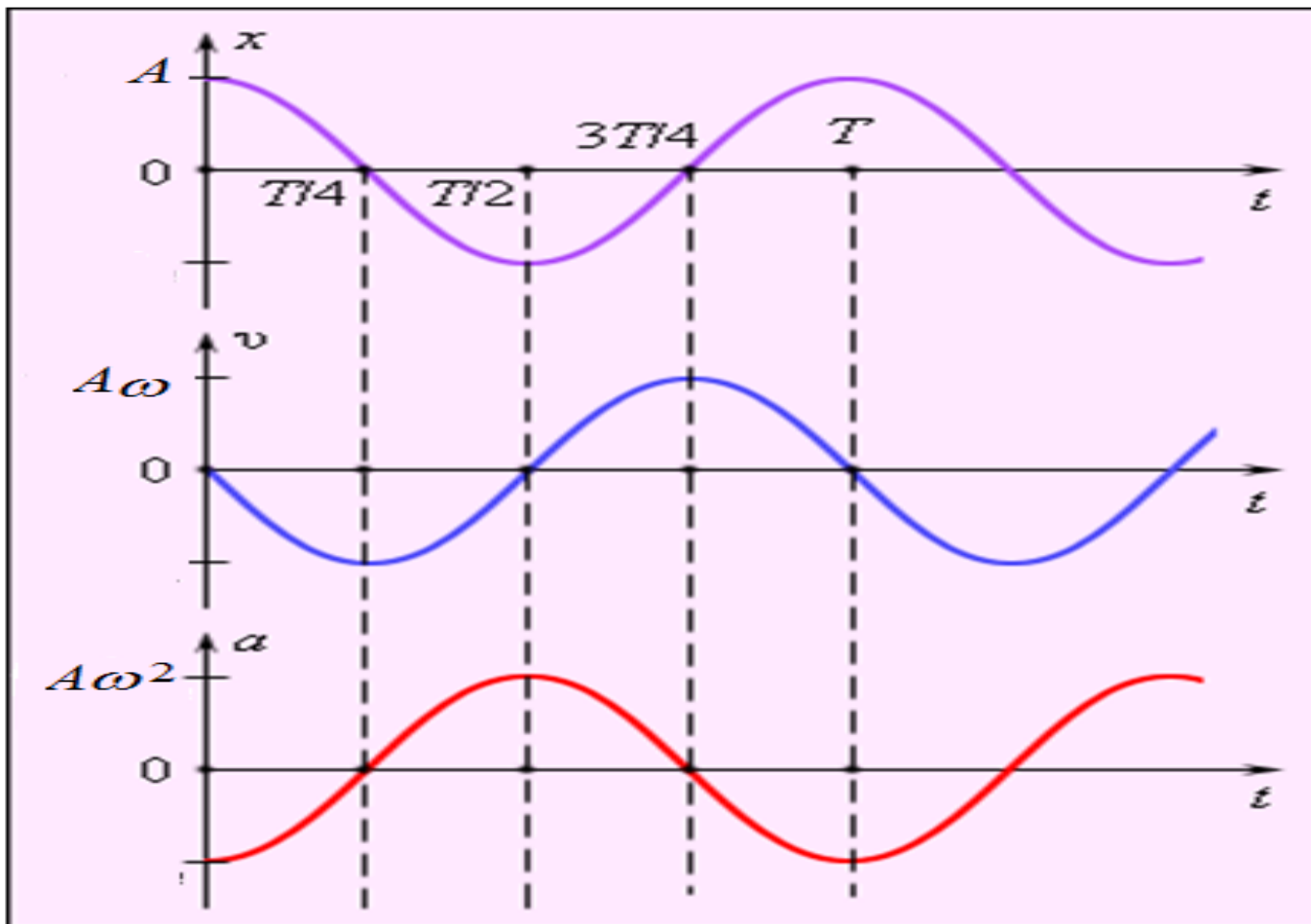
Скорость и ускорение при гармонических колебаниях

- Ускорение точки равно производной от скорости:

$$a = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = (A\omega \cos(\omega t + \varphi_0))' = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0)$$

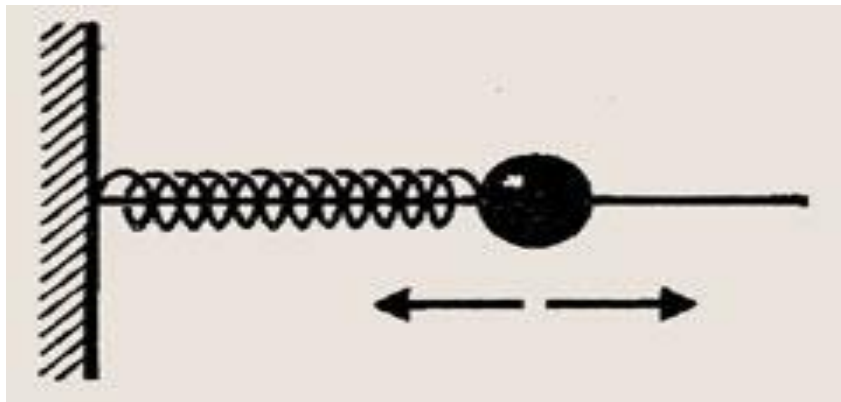
- Амплитуда изменения ускорения – $A\omega^2$.
- Таким образом, при механических колебаниях **координата, скорость и ускорение** меняются по **гармоническому закону с одинаковой частотой**.

Скорость и ускорение при гармонических колебаниях



Дифференциальное уравнение гармонических колебаний

Рассмотрим пружинный маятник:



Сила, действующая на шарик – сила упругости, по закону Гука, она равна:

$$F_{упр} = -kx$$

Дифференциальное уравнение гармонических колебаний

По второму закону Ньютона :

$$F = ma = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

Тогда:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx \quad \longrightarrow \quad \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0$$

Обозначим: $\frac{k}{m} = \omega^2$

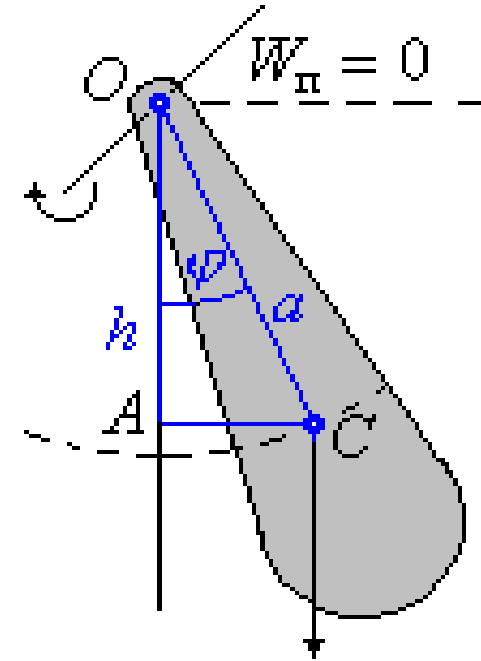
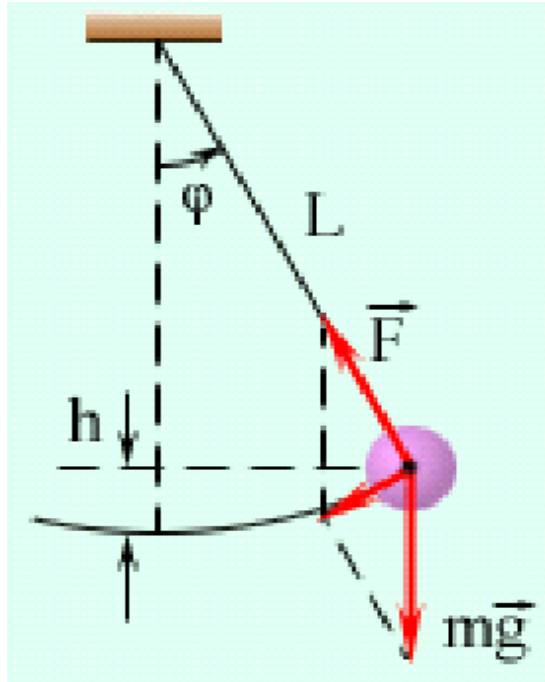
Дифференциальное уравнение гармонических колебаний

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

Решением этого уравнения является функция:

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

Примеры гармонических осцилляторов



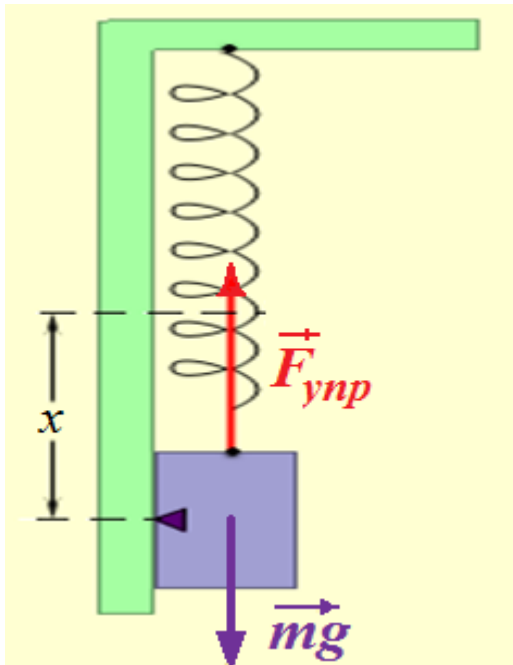
Математический маятник

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Физический маятник

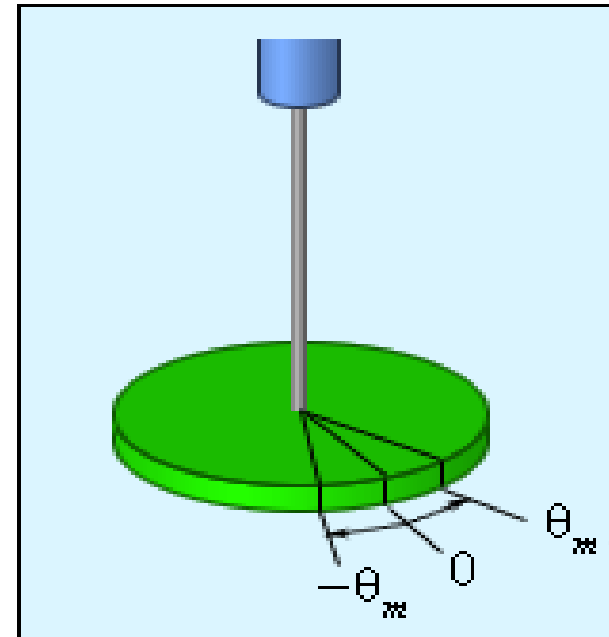
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}}$$

Примеры гармонических осцилляторов



Пружинный маятник

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$



Крутильный маятник

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{K}}$$

Энергия гармонических колебаний

- Кинетическая энергия:

$$W_k = \frac{mA^2\omega^2}{2} \sin^2(\omega t + \varphi_0)$$

- Потенциальная энергия:

$$W_n = \frac{mA^2\omega^2}{2} \cos^2(\omega t + \varphi_0)$$

Энергия гармонических колебаний

- Полная энергия гармонических колебаний

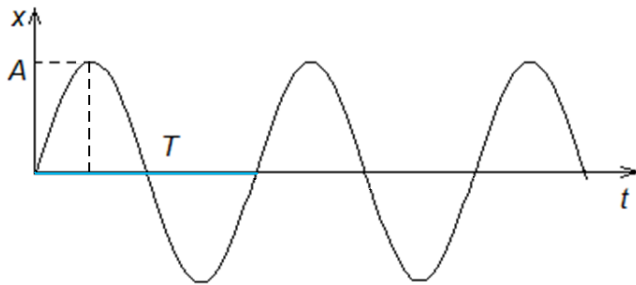
$$W = W_k + W_n = \frac{mA^2\omega^2}{2} = \text{const}$$

не зависит от времени и остается постоянной, если в системе **отсутствует трение.**

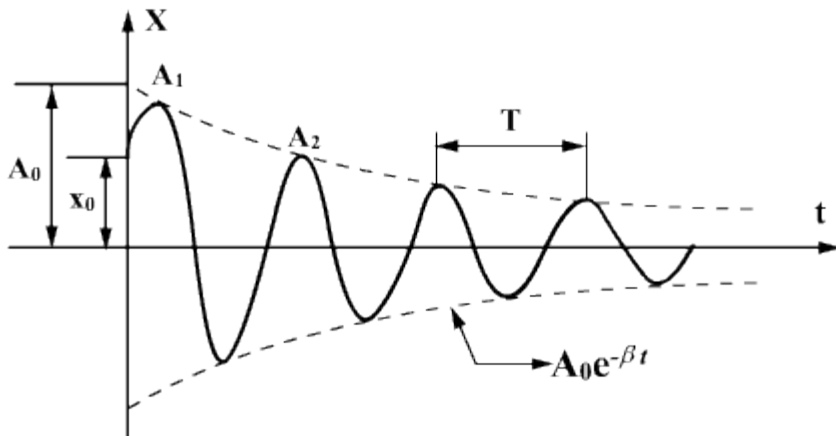
Т.е. при гармонических колебаниях справедлив **закон сохранения механической энергии.**

Свободные колебания , затухающие колебания

- Колебания называются **свободными**, если они совершаются за счет первоначально сообщенной системе энергии.



$$x = A_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

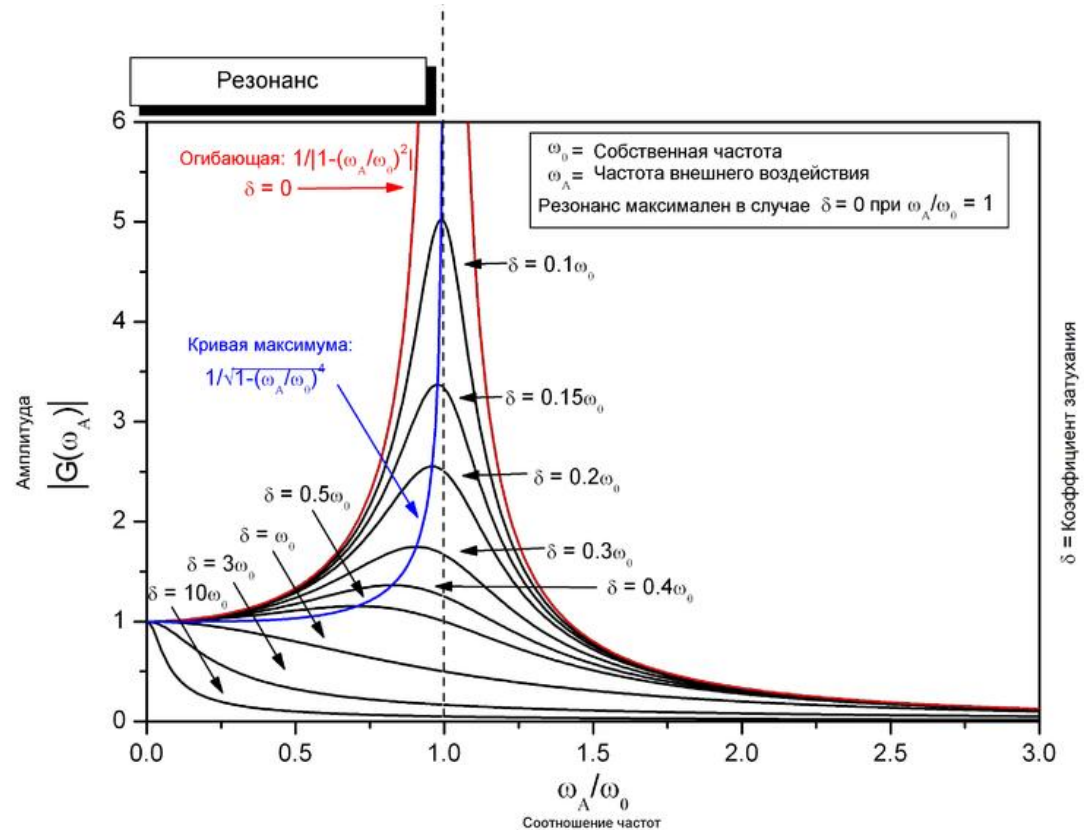
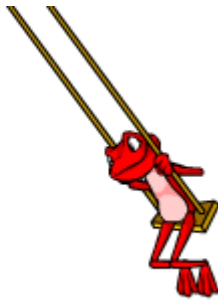


$$x = A_0 e^{-\delta t} \sin(\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} t + \varphi_0)$$

δ – коэфф. затухания

рис 7.8

Вынужденные колебания-резонанс



$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta\omega_0 \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \Phi_0 \cos(\Omega t)$$

Контрольный вопрос

- Частота колебаний возросла в 2 раза, во сколько раз изменилась энергия колебаний при неизменной амплитуде?

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Обязательная:

- Ремизов А.Н. Медицинская и биологическая физика: учебник. - М.: Дрофа, 2007.

Дополнительная:

- Федорова В.Н. Краткий курс медицинской и биологической физики с элементами реабилитологии: учебное пособие. - М.: Физматлит, 2005.
- Трофимова Т.И. Курс физики: учебник. – М.: Высшая школа, 2003.

Электронные ресурсы:

- ЭБС КрасГМУ
- Электронная медицинская библиотека. Т.4. Физика и биофизика.- М.: Русский врач, 2004.