Кафедра медицинской и биологической физики

Тема лекции:

Вращательное движение

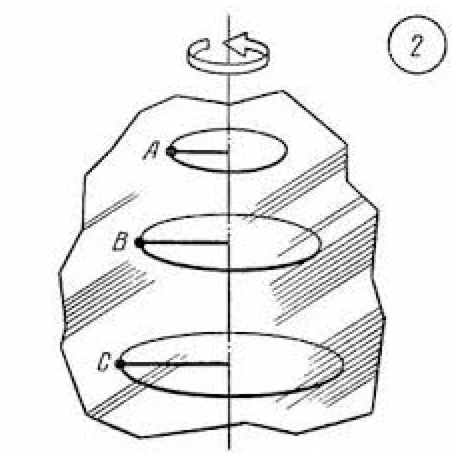
Лекция №2

для студентов 1 курса,

обучающихся по специальности

Стоматология

Вращательное движение - бормашина



Вращательное движение – это движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной и той же прямой, называемой осью вращения.

Бормашина — ротационный инструмент, развивающий высокую частоту вращения шпинделя (до 400 000 об/мин) при небольшом крутящем моменте.

Величины, характеризующие вращательное движение:

Кинематические:

угол поворота – $\varphi[\text{рад}]$

угловая скорость – $\omega = \dfrac{d\varphi}{dt}[\textit{рад}\,/\,c]$

угловое ускорение - $\varepsilon = \dfrac{d\omega}{dt} = \dfrac{d^2\omega}{dt^2}[\textit{рад}\,/\,c^2]$

частота вращения – $\nu = \dfrac{\omega}{2\pi}[1\,/\,c = \textit{Герц}]$

период вращения – $T = \dfrac{1}{\nu}[c]$

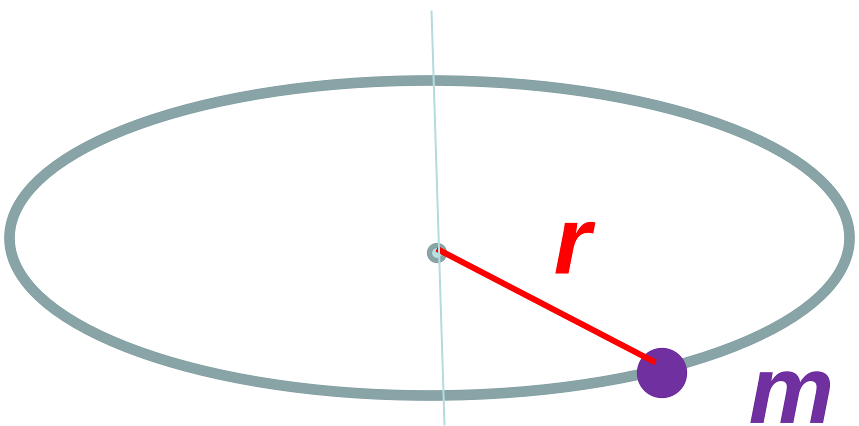
Величины, характеризующие вращательное движение:

Динамические:

- момент инерции – I
- момент силы – M
- момент импульса – L

Моментом инерции материальной точки **относительно некоторой оси называется скалярная физическая величина равная произведению массы материальной точки на квадрат расстояния до оси вращения.**

$$I = mr^2 \qquad [I] = кг \cdot м^2$$



Момент инерции твердого тела

Момент инерции системы материальных точек (тела) **относительно данной оси – это величина, равная сумме произведений масс этих точек на квадраты их расстояний до данной оси.**

$$I = \sum_i m_i r_i^2$$

В том случае, если масса тела распределена непрерывно момент инерции тела равен:

$$I = \int_V r^2 \cdot dm$$

Момент инерции твердого тела

Момент инерции характеризует <u>инерциальные свойства</u> тела при вращательном движении, т.е. показывает как тело при вращательном движении сопротивляется попыткам изменить скорость его вращения.

Момент инерции во вращательном движении играет ту же роль что и масса при поступательном движении.

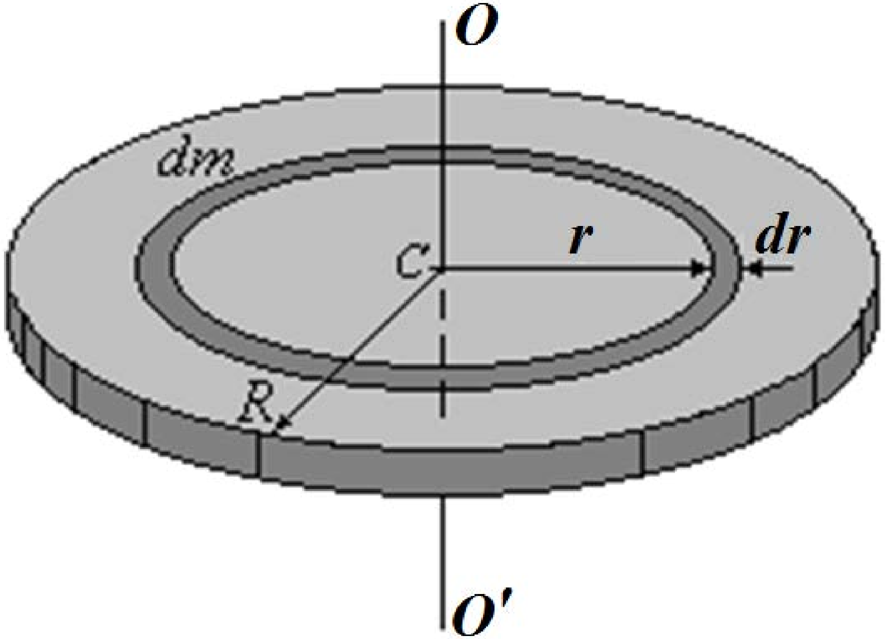
Момент инерции зависит от:

А) массы тела

Б) формы тела

В) положения оси вращения

Момент инерции сплошного цилиндра



Разобьем цилиндр на отдельные полые концентрические цилиндры бесконечно малой ширины *dr* и радиусом *r*. Момент инерции такого цилиндра равен:

$$dI = r^2 dm$$

dm — масса элементарного цилиндра

Выразим массу через плотность

$$dm = \rho dV = \rho \cdot dS \cdot h$$

Площадь основания полого цилиндра равна

$$dS = 2\pi r \cdot dr$$

Подставим это выражение в массу

$$dm = 2\pi\rho h \cdot r dr$$

И возьмем определенный интеграл:

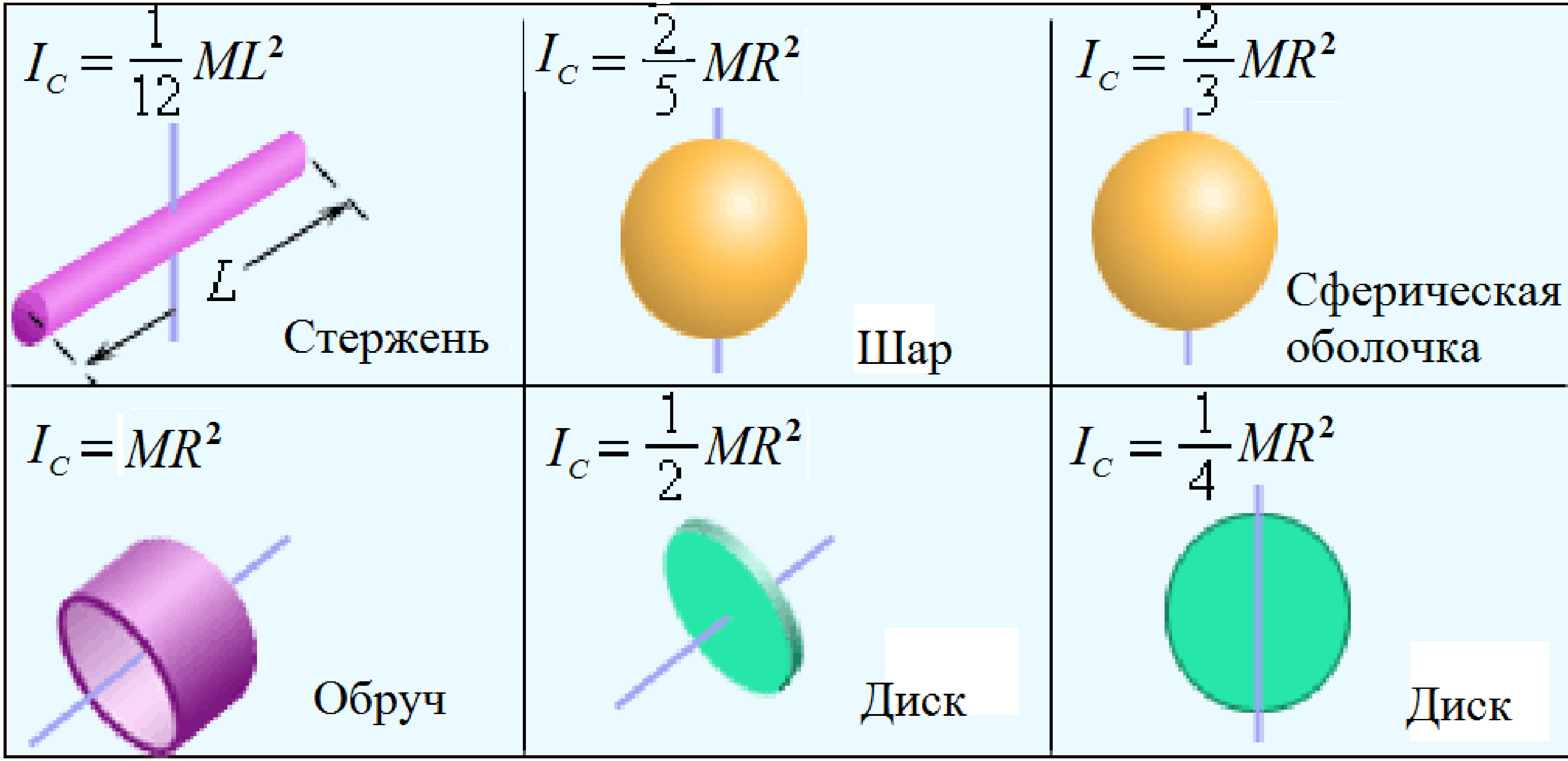
$$I = \int_0^R r^2 dm = \int_0^R 2\pi\rho h\, r^3 dr$$

Момент инерции сплошного цилиндра

$$I = 2\pi\rho h \int_0^R r^3 dr = 2\pi\rho h \cdot \frac{r^4}{4}\Bigg|_0^R = \frac{\pi\rho h R^4}{2}$$

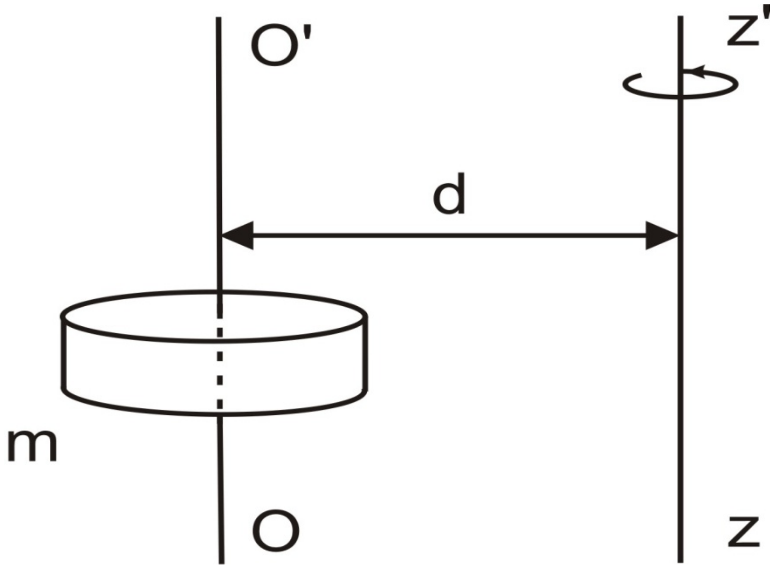
$$\boxed{I_C = \frac{1}{2} m R^2}$$

Моменты инерции некоторых тел



Теорема Штейнера

Момент инерции тела относительно произвольной оси вращения равен сумме момента инерции тела относительно оси, параллельной данной и проходящей через центр масс тела, и произведения массы на квадрат расстояния между осями.



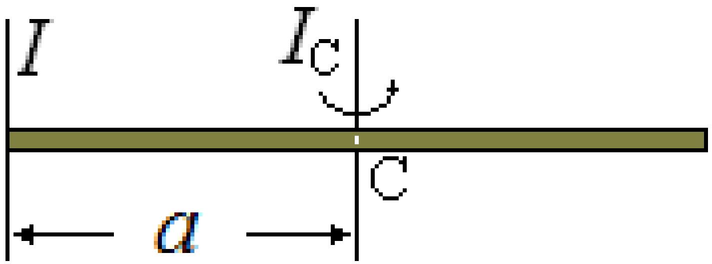
$$\boxed{I_Z = I_0 + m \cdot d^2}$$

Применение теоремы Штейнера

Момент инерции стержня относительно оси, проходящей через его центр масс:

$$I_C = \frac{1}{12} m\ell^2$$

Найдем момент инерции стержня относительно оси, проходящей через его конец:



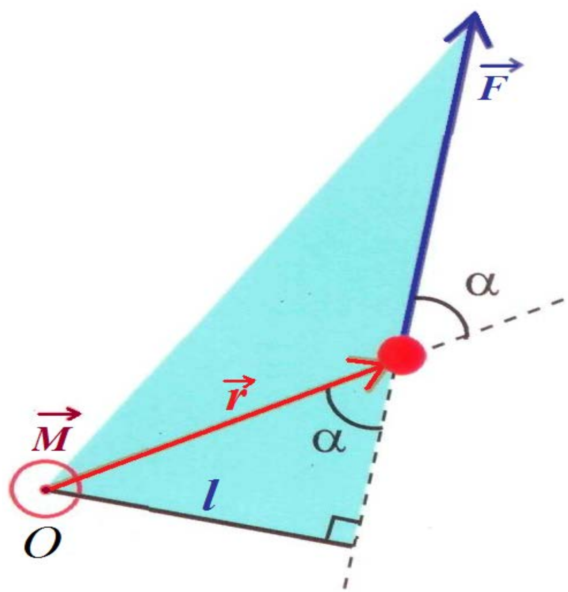
$$a = \frac{\ell}{2}$$

$$I = I_C + ma^2 = \frac{ml^2}{12} + \frac{ml^2}{4} = \frac{4ml^2}{12} = \frac{ml^2}{3}$$

$$\boxed{I = \frac{1}{3} m\ell^2}$$

Момент силы относительно точки О:

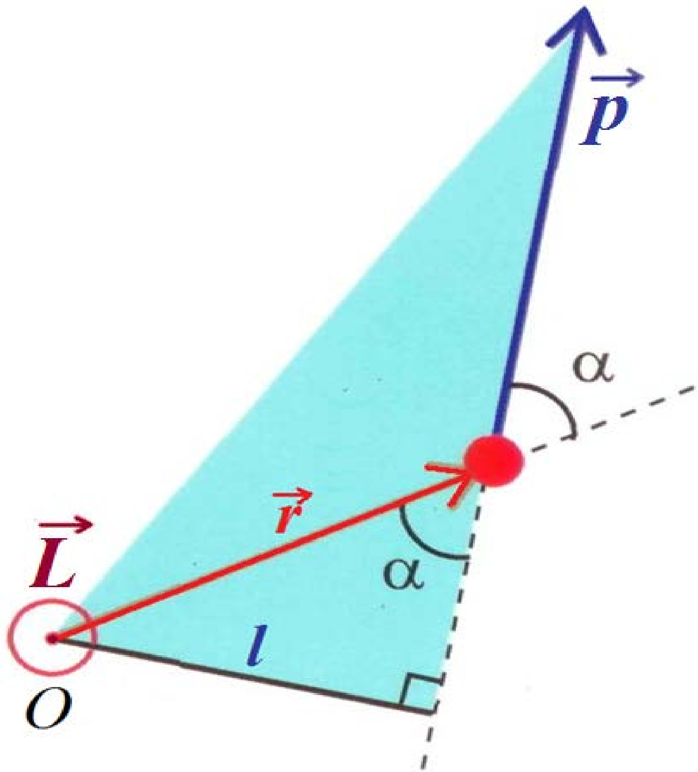
Моментом силы относительно неподвижной точки О **называется физическая величина, определяемая произведением плеча силы, на силу.**



Плечо силы $$l = r\sin\alpha$$

$$M = F \cdot l$$

Моментом импульса **материальной точки** **<u>относительно неподвижной точки О</u>** **называется физическая величина, определяемая произведением** **<u>плеча импульса</u>**, ***l*** **проведенного из точки О к материальной точке, на и<u>мпульс</u> материальной точки *p*.**



$$L = p\,r\sin\alpha = p\,l$$

$$p = m\upsilon$$

Момент импульса и момент инерции при круговом движении.

$$v = \omega r$$

$$L = pr = mvr$$

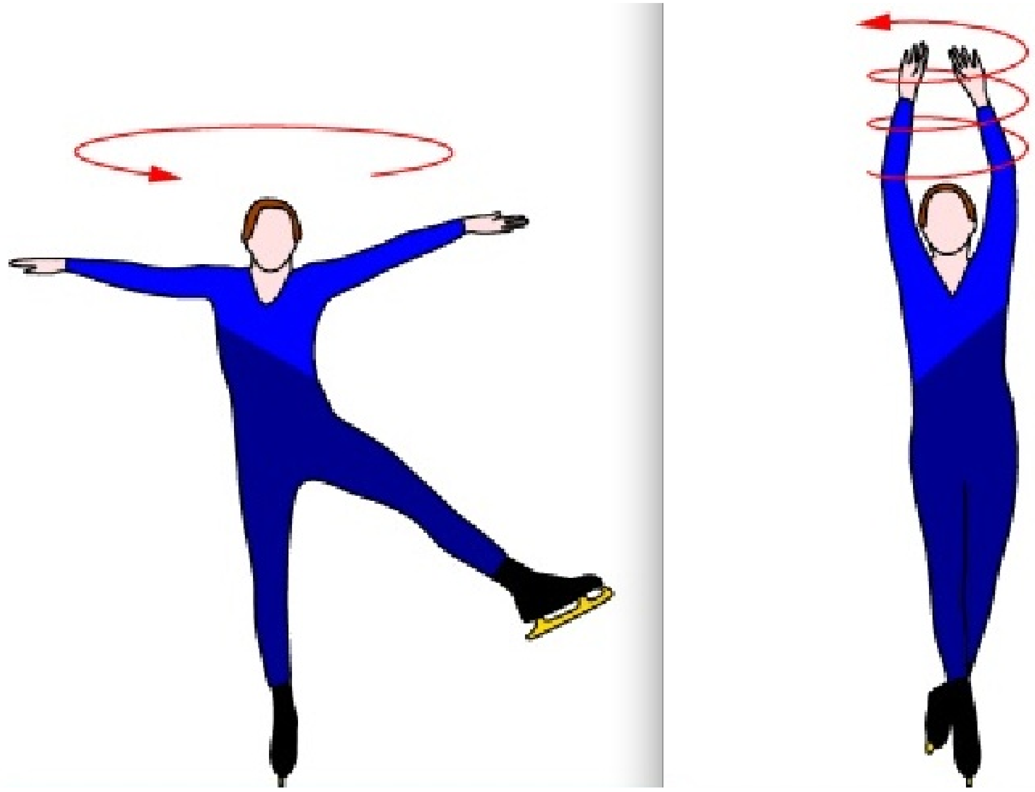
$$L = mr^2\omega$$

$$I = mr^2$$

$$L = I\omega$$

Момент импульса при круговом движении равен произведению момента инерции на угловую скорость.

Закон сохранения момента импульса



$$L = I_1\omega_1 = I_2\omega_2 = const$$

Основной закон динамики вращательного движения

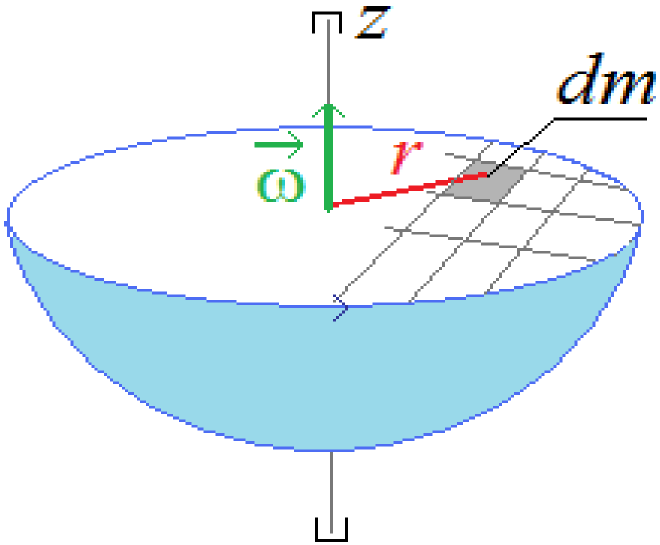
Угловое ускорение, приобретаемое телом, прямо пропорционально результирующему моменту сил, действующих на тело, и обратно пропорционально моменту инерции тела относительно его оси вращения.

$$\boxed{\varepsilon = \frac{M}{I}}$$

Основной закон динамики вращательного движения есть аналог второго закона Ньютона:

$$a = \frac{F}{m}$$

Кинетическая энергия вращающегося тела



Для каждой точки тела:

$$dW_k = \frac{dm}{2}\upsilon^2$$

$$dW_k = \frac{dm \cdot r^2\omega^2}{2}$$

Для всего тела:

$$W_k = \int dW_k = \frac{\omega^2}{2}\int r^2 dm$$

$$\boxed{W_k = \frac{I\omega^2}{2}}$$

Тестовый контроль

- Частота вращения бура увеличена в 3 раза. Во сколько раз увеличилась его кинетическая энергия?

Рекомендуемая литература

Обязательная:

- Ремизов А.Н. Медицинская и биологическая физика: учебник. -М.: Дрофа, 2007.-

Дополнительная:

- Федорова В.Н. Краткий курс медицинской и биологической физики с элементами реабилитологии: учебное пособие. -М.: Физматлит, 2005.-
- Антонов В.Ф. Физика и биофизика. Курс лекций: учебное пособие.-М.: ГЭОТАР-Медиа, 2006.-
- Самойлов В.О. Медицинская биофизика: учебник. -СПб.: Спецлит, 2004.-

Электронные ресурсы:

- ЭБС КрасГМУ
- Ресурсы интернет
- Электронная медицинская библиотека. Т.4. Физика и биофизика.- М.: Русский врач, 2004.