

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ «КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ МЕДИЦИНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ ПРОФЕССОРА В.Ф. ВОЙНО-ЯСЕНЕЦКОГО»  
МИНИСТЕРСТВА ЗДРАВООХРАНЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФАРМАЦЕВТИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ

## Лекция № 13

Тема: «Движение и гравитация»

Бельтюкова Е.Е.

# Закон всемирного тяготения.

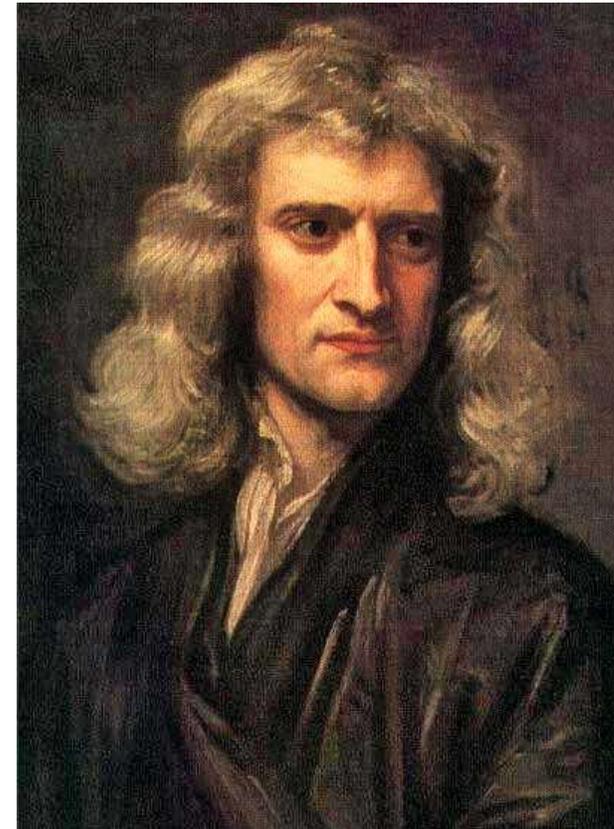
Согласно закону всемирного тяготения, изученному в курсе физики:

**Все тела во Вселенной притягиваются друг к другу с силой, прямо пропорциональной произведению их масс и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними:**

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

где  $m_1$  и  $m_2$  — массы тел;  $r$  — расстояние между ними;  $G$  — гравитационная постоянная.

Открытие закона всемирного тяготения во многом способствовали законы движения планет, сформулированные Кеплером, и другие достижения астрономии XVII в. Так, знание расстояния до Луны позволило Исааку Ньютону (1643—1727) доказать тождественность силы, удерживающей Луну при ее движении вокруг Земли, и силы, вызывающей падение тел на Землю.



Ведь если сила тяжести меняется обратно пропорционально квадрату расстояния, как это следует из закона всемирного тяготения, то Луна, находящаяся от Земли на расстоянии примерно 60 ее радиусов, должна испытывать ускорение в 3600 раз меньшее, чем ускорение силы тяжести на поверхности Земли, равное 9,8 м/с. Следовательно, ускорение Луны должно составлять 0,0027 м/с<sup>2</sup>.

В то же время Луна, как любое тело, равномерно движущееся по окружности, имеет ускорение

$$a = \omega^2 r$$

где  $\omega$  — ее угловая скорость,  $r$  — радиус ее орбиты.

Если считать, что радиус Земли равен 6400 км, то радиус лунной орбиты будет составлять  $r = 60 \cdot 6\,400\,000 \text{ м} = 3,84 \cdot 10^6 \text{ м}$ .

Звездный период обращения Луны  $T = 27,32$  суток, в секундах составляет  $2,36 \cdot 10^6 \text{ с}$ .

ускорение орбитального движения Луны

$$a = \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 r = \frac{2 \cdot 3,14}{2,36 \cdot 10^6 \text{ с}} \cdot 3,84 \cdot 10^6 \text{ м} = 0,0027 \text{ м/с}^2$$

Равенство этих двух величин ускорения доказывает, что сила, удерживающая Луну на орбите, есть сила земного притяжения, ослабленная в 3600 раз по сравнению с действующей на поверхности Земли.

Можно убедиться и в том, что при движении планет, в соответствии с третьим законом Кеплера, их ускорение и действующая на них сила притяжения Солнца обратно пропорциональны квадрату расстояния, как это следует из закона всемирного тяготения. Действительно, согласно третьему закону Кеплера отношение кубов больших полуосей орбит  $d$  и квадратов периодов обращения  $T$  есть величина постоянная:

$$\frac{d_1^3}{T_1^2} = \frac{d_2^3}{T_2^2} = \frac{d_3^3}{T_3^2} = \dots = \text{const.}$$

Ускорение планеты равно:

$$a = \frac{v^2}{d} = \left( \frac{2\pi d}{T} \right)^2 \frac{1}{d} = 4\pi^2 \frac{d}{T^2}.$$

Из третьего закона Кеплера следует

$$\frac{d^3}{T^2} = \text{const},$$

поэтому ускорение планеты равно

$$a = 4\pi^2 \cdot \text{const} \frac{1}{d^2}.$$

Итак, сила взаимодействия планет и Солнца удовлетворяет закону всемирного тяготения.

# Возмущения в движении тел Солнечной системы.

Законы Кеплера строго выполняются, если рассматривается движение двух изолированных тел (Солнце и планета) под действием их взаимного притяжения. Однако в Солнечной системе планет много, все они взаимодействуют не только с Солнцем, но и между собой. Поэтому движение планет и других тел не в точности подчиняется законам Кеплера. **Отклонения тел от движения по эллипсам называют возмущениями.**

Возмущения эти невелики, так как масса Солнца гораздо больше массы не только отдельной планеты, но и всех планет в целом. Наибольшие возмущения в движении тел Солнечной системы вызывает Юпитер, масса которого в 300 раз превышает массу Земли. Особенно заметны отклонения астероидов и комет при их прохождении вблизи Юпитера.

В настоящее время возмущения учитываются при вычислении положения планет, их спутников и других тел Солнечной системы, а также траекторий космических аппаратов, запускаемых для их исследования. Но еще в XIX в. расчет возмущений позволил сделать одно из самых известных в науке открытий «на кончике пера» — открытие планеты Нептун.



Проводя очередной обзор неба в поиске неизвестных объектов, Вильям Гершель в 1781 г. открыл планету, названную впоследствии Ураном. Спустя примерно полвека стало очевидно, что наблюдаемое движение Урана не согласуется с расчетным даже при учете возмущений со стороны всех известных планет. На основе предположения о наличии еще одной «заурановой» планеты были сделаны вычисления ее орбиты и положения на небе.



Независимо друг от друга эту задачу решили Джон Адамс в Англии и Урбен Леверье во Франции. На основе расчетов Леверье немецкий астроном Иоганн Галле 23 сентября 1846 г. обнаружил в созвездии Водолея неизвестную ранее планету — Нептун. Это открытие стало триумфом гелиоцентрической системы, важнейшим подтверждением справедливости закона всемирного тяготения. В дальнейшем в движении Урана и Нептуна были замечены возмущения, которые стали основанием для предположения о существовании в Солнечной системе еще одной планеты. Ее поиски увенчались успехом лишь в 1930 г., когда после просмотра большого количества фотографий звездного неба была открыта самая далекая от Солнца планета — Плутон.

# Плотность Земли.

Закон всемирного тяготения позволил определить массу нашей планеты. Исходя из закона всемирного тяготения, ускорение свободного падения можно выразить так:

$$g = G \frac{M}{R^2}.$$

Подставим в формулу известные значения этих величин:

$g = 9,8 \text{ м/с}^2$  ,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$ ,  $R = 6370 \text{ км}$  — и получим, что масса Земли  $M = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$

Зная массу и объем земного шара, можно вычислить его среднюю плотность:  $5,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ . С глубиной за счет увеличения давления и содержания тяжелых элементов плотность возрастает.

# Определение массы небесных тел.

Более точная формула третьего закона Кеплера, которая была получена Ньютоном, дает возможность определить одну из важнейших характеристик любого небесного тела — массу. Выведем эту формулу, считая (в первом приближении) орбиты планет круговыми.

Пусть два тела, взаимно притягивающиеся и обращающиеся вокруг общего центра масс, имеющие массы  $m_1$  и  $m_2$ , находятся от центра масс на расстоянии  $r_1$  и  $r_2$  и обращаются вокруг него с периодом  $T$ . Расстояние между их центрами  $R = r_1 + r_2$ . На основании закона всемирного тяготения ускорение каждого из этих тел равно:

$$a_1 = G \frac{m_2}{R^2}, \quad a_2 = G \frac{m_1}{R^2}.$$

Угловая скорость обращения вокруг центра масс составляет  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ . Тогда центростремительное ускорение выразится для каждого тела так:

$$a_1 = \frac{4\pi^2}{T^2} r_1, a_2 = \frac{4\pi^2}{T^2} r_2.$$

Приравняв полученные для ускорений выражения, выразив из них  $r_1$  и  $r_2$  и сложив их почленно, получаем:

$$G = \frac{(m_1 + m_2)}{R^2} = \frac{4\pi^2}{T} (r_1 + r_2),$$

откуда

$$\frac{T^2 (m_1 + m_2)}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G}.$$

Поскольку в правой части этого выражения находятся только постоянные величины, оно справедливо для любой системы двух тел, взаимодействующих по закону тяготения и обращающихся вокруг общего центра масс, — Солнце и планета, планета и спутник. Определим массу Солнца, для этого запишем выражение:

$$\frac{T_1^2 (M + m_1)}{a_1^3} = \frac{T_2^2 (m_1 + m_2)}{a_2^3},$$

где  $M$  — масса Солнца;  $m_1$  — масса Земли;  $m_2$  — масса Луны;  $T_1$  и  $a_1$  — период обращения Земли вокруг Солнца (год) и большая полуось ее орбиты;  $T_2$  и  $a_2$  — период обращения Луны вокруг Земли и большая полуось лунной орбиты.

Пренебрегая массой Земли, которая ничтожно мала по сравнению с массой Солнца, и массой Луны, которая в 81 раз меньше массы Земли, получим:

$$\frac{M}{m_1} = \frac{a_1^3 \cdot T_2^2}{a_2^3 \cdot T_1^2}$$

Подставив в формулу соответствующие значения и приняв массу Земли за 1, мы получим, что Солнце примерно в 333 000 раз по массе больше нашей планеты.

Массы планет, не имеющих спутников, определяют по тем возмущениям, которые они оказывают на движение астероидов, комет или космических аппаратов, пролетающих в их окрестностях.

# Возникновения приливов на Земле

Под действием взаимного притяжения частиц тело стремится принять форму шара. Если эти тела вращаются, то они деформируются, сжимаются вдоль оси вращения.

Кроме того, изменение их формы происходит и под действием взаимного притяжения, которое вызывают явления, называемые *приливами*. Давно известные на Земле, они получили объяснение только на основе закона всемирного тяготения.

Рассмотрим ускорения, создаваемые притяжением Луны в различных точках земного шара (рис. 3.13). Поскольку точки *A*, *B* находятся на различных расстояниях от Луны, ускорения, создаваемые ее притяжением, будут различны.

**Разность ускорений, вызываемых притяжением другого тела в данной точке и в центре планеты, называется приливным ускорением.**

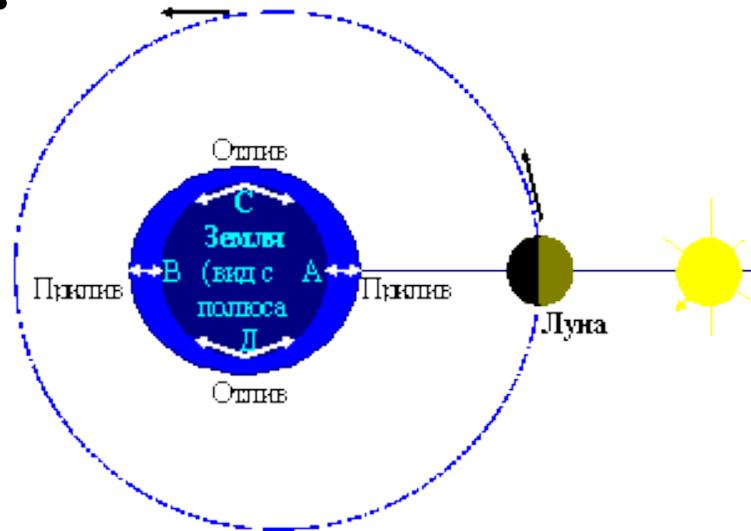


Рис. 3.13. Схема лунных приливов

Приливные ускорения в точках  $A$  и  $B$  направлены от центра Земли. В результате Земля, и в первую очередь ее водная оболочка, вытягивается в обе стороны по линии, соединяющей центры Земли и Луны. В точках  $A$  и  $B$  наблюдается прилив, а вдоль круга, плоскость которого перпендикулярна этой линии, на Земле происходит отлив. Тяготение Солнца также вызывает приливы, но из-за большей его удаленности они меньше, чем вызванные Луной. Приливы наблюдаются не только в гидросфере, но и в атмосфере и в литосфере Земли и других планет.

Вследствие суточного вращения Земля стремится увлечь за собой приливные горбы, в то же время вследствие тяготения Луны, которая обращается вокруг Земли за месяц, полоса приливов должна перемещаться по земной поверхности значительно медленнее. В результате между огромными массами воды, участвующей в приливных явлениях, и дном океана возникает приливное трение. Оно тормозит вращение Земли и вызывает увеличение продолжительности суток, которые в прошлом были значительно короче (5—6 ч). Вместе с тем приливы, вызываемые Землей на Луне, затормозили ее вращение, и она теперь обращена к Земле одной стороной. Такое же медленное вращение характерно для многих спутников Юпитера и других планет. Сильные приливы, вызываемые на Меркурии и Венере Солнцем, по-видимому, являются причиной их крайне медленного вращения вокруг оси.

# Движение искусственных спутников Земли и космических аппаратов к планетам.

Возможность создания искусственного спутника Земли теоретически обосновал еще Ньютон. Он показал, что существует такая горизонтально направленная скорость при которой тело, падая на Землю, тем не менее на нее не упадет, а будет двигаться вокруг Земли, оставаясь от нее на одном и том же расстоянии. При такой скорости тело будет приближаться к Земле вследствие ее притяжения как раз на столько, на сколько из-за кривизны поверхности нашей планеты оно будет от нее удаляться (рис. 3.14).



Рис. 3.14. Орбита  
искусственного  
спутника Земли

Эту скорость, которую называют первой космической (или круговой), известна вам из курса физики:

$$v_1 = \sqrt{9,8 \text{ м/с}^2 \cdot 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}} = 7,9 \cdot 10^3 \text{ м/с} = 7,9 \text{ км/с}.$$

Практически осуществить запуск искусственного спутника Земли оказалось возможно лишь через два с половиной столетия после открытия Ньютона — 4 октября 1957 г. За сорок с лишним лет, прошедшие с этого дня, который нередко называют началом космической эры человечества, во многих странах мира запущено около 4000 спутников различного устройства и назначения. Созданы орбитальные станции, на которых длительное время, сменяя друг друга, работают экипажи, состоящие из космонавтов разных стран. Американские астронавты неоднократно посещали Луну, автоматические межпланетные станции исследовали все планеты Солнечной системы, за исключением самой отдаленной планеты Плутон.

Космические аппараты (КА), которые направляются к Луне и планетам, испытывают притяжение со стороны Солнца и согласно законам Кеплера так же, как и сами планеты, движутся по эллипсам. Скорость движения Земли по орбите составляет около 30 км/с. Если геометрическая сумма скорости космического аппарата, которую ему сообщили при запуске, и скорости Земли будет больше этой величины, то КА будет двигаться по орбите, лежащей за пределами земной орбиты. Если меньше — внутри ее.

В первом случае, когда он полетит к Марсу или другой внешней планете, энергетические затраты будут наименьшими, если КА достигнет орбиты этой планеты при своем максимальном удалении от Солнца— в афелии (рис. 3.15). Кроме того, необходимо так рассчитать время старта КА, чтобы к этому моменту в ту же точку своей орбиты пришла планета. Иначе говоря, начальная скорость и день запуска КА должны быть выбраны таким образом, чтобы КА и планета, двигаясь каждый по своей орбите, одновременно подошли к точке встречи.



Рис. 3.15. Траектория полета  
КА к Марсу

Во втором случае — для внутренней планеты — встреча с КА должна произойти в перигелии его орбиты (рис. 3.16). Такие траектории полетов называются *полуэллиптическими*. Большие оси этих эллипсов проходят через Солнце, которое находится в одном из фокусов, как и полагается по первому закону Кеплера.



Рис. 3.16. Траектория полета  
КА к Венере