

УТВЕРЖДАЮ
Проректор
д.м.н., доцент
И.А. Соловьев

И.А. Соловьева

Красноярск
2021

Практическое занятие №1

Тема: Элементы комбинаторики.

Разновидность занятия: комбинированное.

Методы обучения: объяснительно-иллюстративный, репродуктивный, метод проблемного изложения, частично-поисковый, исследовательский.

Значение темы (актуальность изучаемой проблемы): Выбором объектов и расположением их к том или ином порядку приходится заниматься чуть ли не во всех областях человеческой деятельности. Комбинаторика - это наука, которая, с одной стороны, богата исключительно красивыми постановками задач, зачастую доступными школьнику, а с другой стороны, это очень глубокая современная область знаний, без овладения инструментами которой невозможно серьезное понимание как большинства других фундаментальных дисциплин - анализа, алгебры, теории графов, теории вероятностей и др., - так и многих прикладных проблем. Современная комбинаторика, таким образом, это своего рода основа основ: это и красивейшая теория с массой нетривиальных задач и методов, но это и прекрасная база для приложений в computer science, кибернетике, в анализе сложных сетей, в теории кодирования и криптографии, в биоинформатике, медицине и других науках. Занятие обусловлено широким спектром применения комбинаторных задач во многих областях, в том числе в фармацевтике и химии.

Формируемые компетенции: ПК-10.5, УК-7.3, ОПК-6.1, ОПК-6.2, ОПК-6.3, ОПК-8.1, ОПК-8.2, ОПК-8.3.

Место проведения и оснащение практического занятия: Компьютерный класс №6 (4-60/1) – видеопроектор, доска магнитно-маркерная, комплект учебной мебели на посадочные места, локальный сетевой сервер, персональные компьютеры, экран.

Структура содержания темы (хронокарта практического занятия)

п/п	Этапы практического занятия	Продолжительность (мин.)	Содержание этапа и оснащенность
1	Организация занятия	5.00	Проверка посещаемости и внешнего вида обучающихся
2	Формулировка темы и целей	20.00	Озвучивание преподавателем темы и ее актуальности, целей занятия
3	Контроль исходного уровня знаний и умений	20.00	Тестирование, индивидуальный устный или письменный опрос, фронтальный опрос
4	Раскрытие учебно-целевых вопросов по теме занятия	20.00	Изложение основных положений темы
5	Самостоятельная работа обучающихся (текущий	90.00	Выполнение практического задания

	контроль)		
6	Итоговый контроль знаний (письменно или устно)	20.00	Тесты по теме, ситуационные задачи
7	Задание на дом (на следующее занятие)	5.00	Учебно-методические разработки следующего занятия и методические разработки для внеаудиторной работы по теме
	ВСЕГО	180	

Аннотация (краткое содержание темы):

Комбинаторика - раздел дискретной математики, посвященный решению задач выбора и расположения элементов некоторого множества в соответствии с заданными правилами.

Правило произведения.

Пусть из некоторого конечного множества

- 1-й объект можно выбрать k_1 способами,
- после чего 2-й объект можно выбрать k_2 способами,
-
- после чего n -й объект можно выбрать k_n способами.

Тогда **произвольный набор из перечисленных** n объектов из данного множества можно выбрать $k_1 \cdot k_2 \cdot \dots \cdot k_n$ способами.

Правило суммы.

Пусть из некоторого конечного множества

- 1-й объект можно выбрать k_1 способами,
- 2-й объект можно выбрать k_2 способами,
-
- n -й объект можно выбрать k_n способами,

причем выбор одного объекта исключает одновременный выбор другого объекта.

Тогда **любой из указанных объектов** из данного множества можно выбрать $k_1 + k_2 + \dots + k_n$ способами.

Пример 1. В студенческой группе 15 девушек и 10 юношей. Преподаватель записывает на доске 3 различных задания, причем каждое задание выполнить может только один студент. Сколькими способами можно выбрать тройку студентов одного пола для выполнения этих заданий?

Решение. По правилу произведения трех девушек можно выбрать $15 \cdot 14 \cdot 13 = 2730$ способами, а трех юношей $10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$ способами. Надо выбрать либо трех девушек, либо трех юношей, следовательно, по правилу суммы таких способов выбора будет $2730 + 720 = 3450$.

Факториалом целого положительного числа n называется произведение целых чисел от 1 до n и обозначается $n!$

$$1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n = n!$$

Рекуррентная формула для факториала:

$$n! = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ (n-1)! \cdot n, & n > 0 \end{cases}$$

Примечание. Для нахождения факториала в Excel нужно использовать специальную функцию =ФАКТР(число)

Примечание. Для нахождения факториала в Excel нужно использовать специальную функцию =ФАКТР(число)

Перестановками из n элементов называют комбинации, которые отличаются друг от друга расположением элементов.

Две перестановки из одного и того же числа одинаковых элементов называются одинаковыми, если каждый из n элементов занимает одно и то же место (положение) в перестановке. В противном случае перестановки считаются различными.

Количество перестановок из n различных элементов без повторений находят по следующей формуле:

$$P_n = n!$$

Пример 2. Сколькими способами 4 человека могут сесть на четыре стула?

Решение. Для посадки на первый стул существует 4 возможности, для второго стула, после того как на первый уже выбрали претендента, останется 3, для третьего стула, после того как для первых двух уже выбрали претендентов, останется 2, для последнего имеется только одна возможность. По правилу произведения получаем $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ способа.

Пример 3. Руководитель интернатуры Андрей Евгеньевич Быков из сериала <<Интерны>> во избежании злоупотреблений со своей стороны решил определить жребием порядок дежурств своим 4 интернам. Сколько различных вариантов дежурств при этом возможно?

Решение. Каждый вариант жеребьевки отличается только порядком участников, следовательно, является перестановкой из 4 элементов. Таким образом, возможно $4! = 24$ варианта дежурств.

Пусть имеется набор n элементов, составленный из r различных элементов - 1-й элемент имеет k_1 повторов, 2-й элемент - k_2 повторов, ..., r -й элемент - k_r повторов, так что $k_1 + k_2 + \dots + k_r = n$. Тогда количество перестановок из n элементов с повторениями:

$$\overline{P}_n(k_1, k_2, \dots, k_r) = \frac{n!}{k_1! \cdot k_2! \cdot \dots \cdot k_r!}$$

Пример 4. Сколько <<кодовых слов>> можно составить, переставив буквы в слове <<математика>>?

Решение. В слове <<математика>> всего $n=10$ символов из 6 различных букв с числом повторений $k_i, i=1, \dots, 6$.

буква <<м>> - $k_1=2$, буква <<а>> - $k_2=3$, буква <<т>> - $k_3=2$,
буква <<е>> - $k_4=1$, буква <<и>> - $k_5=1$, буква <<к>> - $k_6=1$.

Количество перестановок с повторениями

$$\overline{P}_{10}(2, 3, 2, 1, 1, 1) = \frac{10!}{2! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 1!} = 151200.$$

Примерная тематика НИРС по теме

1. Понятие о биологической и медицинской кибернетике
2. Применение комбинаторики в медицине
3. Комбинаторная биология
4. Комбинаторная (сочетательная) химия

Основная литература

1. Березин, С. Я. Основы кибернетики и управление в биологических и медицинских системах : учеб. пособие / С. Я. Березин. - Старый Оскол : ТНТ, 2013. - 243 с. : ил. - ISBN 9785941782901 - Текст : электронный.
2. Фокин, В. А. Теоретические основы кибернетики : курс лекций / В. А. Фокин. - Томск : СибГМУ, 2017. - 244 с. - Текст : электронный.

Дополнительная литература

1. Ремизов, А. Н. Медицинская и биологическая физика : учебник / А. Н. Ремизов. - 4-е изд., испр. и перераб. - Москва : ГЭОТАР-Медиа, 2022. - 656 с. - Текст : электронный.
2. Вороненко, А. А. Основы кибернетики : учебное пособие / А. А. Вороненко. - Москва : ИНФРА-М, 2019. - 189 с. - Текст : электронный.

Электронные ресурсы

1. Задачи по комбинаторике. Примеры решений
(http://mathprof.ru/zadachi_po_kombinatorike_primery_reshenij.html)

Практическое занятие №2

Тема: Элементы теории множеств.

Разновидность занятия: комбинированное.

Методы обучения: объяснительно-иллюстративный, репродуктивный, метод проблемного изложения, частично-поисковый, исследовательский.

Значение темы (актуальность изучаемой проблемы): Роль теории множеств важна в формальном описании всевозможных систем, в том числе, медико-биологических. Благодаря теоретико-множественной формализации описания различных объектов им не только придается наглядность, ясность, четкость, а также возникает возможность моделирования зависимостей и взаимосвязей этих объектов, что особенно важно в медико-биологических исследованиях. Поскольку постановке диагноза предшествует анализ множества симптомов, множества показаний больного и множества всевозможных результатов обследования. Формализация симптомов, болезней и логических операций сводит процесс постановки диагноза к обычному вычислительному процессу, дающему точные результаты, а также допускающему использование вычислительных машин. При изучении данной темы, предполагается наличие у студентов представлений о понятии множества и операций над ними из школьного курса математики, поэтому главная установка здесь состоит в систематизации этих сведений. Особое внимание уделяется способам формального задания множеств, а также формальным определениям операций над множествами и их свойствам..

Формируемые компетенции: ПК-10.5, УК-7.3, ОПК-6.1, ОПК-6.2, ОПК-6.3, ОПК-8.1, ОПК-8.2, ОПК-8.3.

Место проведения и оснащение практического занятия: Компьютерный класс №6 (4-60/1) – видеопроектор, доска магнитно-маркерная, комплект учебной мебели на посадочные места, локальный сетевой сервер, персональные компьютеры, экран.

Структура содержания темы (хронокарта практического занятия)

п/п	Этапы практического занятия	Продолжительность (мин.)	Содержание этапа и оснащенность
1	Организация занятия	5.00	Проверка посещаемости и внешнего вида обучающихся
2	Формулировка темы и целей	20.00	Озвучивание преподавателем темы и ее актуальности, целей занятия
3	Контроль исходного уровня знаний и умений	20.00	Тестирование, индивидуальный устный или письменный опрос, фронтальный опрос
4	Раскрытие учебно-целевых вопросов по теме занятия	20.00	Изложение основных положений темы

5	Самостоятельная работа обучающихся (текущий контроль)	90.00	Выполнение практического задания
6	Итоговый контроль знаний (письменно или устно)	20.00	Тесты по теме, ситуационные задачи
7	Задание на дом (на следующее занятие)	5.00	Учебно-методические разработки следующего занятия и методические разработки для внеаудиторной работы по теме
	ВСЕГО	180	

Аннотация (краткое содержание темы):

Благодаря математико-логической формализации логическим построениям придается наглядность, ясность и точность, значительно уменьшается возможность допущения логических ошибок и неоднозначности, что особенно важно в биологических и медицинских исследованиях, где всегда приходится иметь дело с большим числом исходных и промежуточных данных и зависимостей. Постановке диагноза предшествует процесс анализа симптомов, обнаруженных у больного при его обследовании, показаний самого больного и медицинских сведений, указывающих связь между симптомами и болезнями. Формализация симптомов, болезней и логических операций сводит процесс постановки диагноза к обычному вычислительному процессу, дающему точные результаты, а также допускающему использование вычислительных машин.

Биологам и медикам на каждом шагу приходится сталкиваться с таким понятием, как совокупность, множество. Например, можно говорить о совокупности всех бактерий, находящихся в данной пробирке, совокупности волосковых клеток кортиева органа, множестве больных, имеющих в данной больнице, множестве студентов на семинаре и т. п.

Понятие совокупности объектов постоянно встречается также в математике, физике, механике, экономике и др. Необходимость анализа различных совокупностей объектов, их свойств и закономерностей вызвала к жизни специальный математический аппарат, который получил название теории множеств.

Теоретико-множественные построения пронизывают ныне весь математический аппарат теоретической кибернетики. В рамках курса <<Медицинская кибернетика>> рассматриваются основные понятия теории множеств.

Понятие множества — является одним из тех фундаментальных понятий математики, которым трудно дать точное определение, используя элементарные понятия. Поэтому ограничимся описательным объяснением понятия множества.

Множеством называется совокупность определенных вполне различаемых объектов, рассматриваемых как единое целое. Создатель теории множеств Георг Кантор давал следующее определение множества — «множество есть многое, мыслимое нами как целое».

Отдельные объекты, из которых состоит множество, называются элементами множества.

Множества принято обозначать большими буквами латинского алфавита, а элементы этих множеств — маленькими буквами латинского алфавита. Множества записываются в фигурных скобках $\{ \}$.

Принято использовать следующие обозначения:

$a \in X$ — «элемент a принадлежит множеству X »;

$a \notin X$ — «элемент a не принадлежит множеству X »;

$\forall$ — квантор произвольности, общности, обозначающий «любой», «какой бы не был», «для всех»;

$\exists$ — квантор существования: $\exists u \in B$ — «существует (найдется) элемент u из множества B »;

$\exists!$ — квантор существования и единственности: $\exists! b \in C$ — «существует единственный элемент b из множества C »;

$:$ — «такой, что; обладающий свойством»;

$\rightarrow$ — символ следствия, означает «влечет за собой»;

$\Leftrightarrow$ — квантор эквивалентности, равносильности — «тогда и только тогда».

Множества бывают конечные и бесконечные. Множества называются конечным, если число его элементов конечно, т.е. если существует натуральное число n , являющееся числом элементов множества. $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$. Множество называется бесконечным, если оно содержит бесконечное число элементов. $B = \{b_1, b_2, b_3, \dots\}$. Например, множество букв русского алфавита — конечное множество. Множество натуральных чисел — бесконечное множество.

Число элементов в конечном множестве M называется мощностью множества M и обозначается $|M|$. Пустое множество — множество, не содержащее ни одного элемента — $\emptyset$. Два множества называются равными, если они состоят из одних и тех же элементов, т.е. представляют собой одно и то же множество. Множества не равны $X \neq Y$, если в X есть элементы, не принадлежащие Y , или в Y есть элементы, не принадлежащие X . Символ равенства множеств обладает свойствами:

$X=X$; — рефлексивность

если $X=Y$, $Y=X$ — симметричность

если $X=Y$, $Y=Z$, то $X=Z$ — транзитивность.

Согласно такого определения равенства множеств мы естественно получаем, что все пустые множества равны между собой или что то же самое, что существует только одно пустое множество.

Подмножества. Отношение включения.

Множество X является подмножеством множества Y , если любой элемент множества $X \in$ и множеству Y . Обозначается $X \subseteq Y$.

Если необходимо подчеркнуть, что Y содержит и другие элементы, кроме элементов из X , то используют символ строгого включения $\subset$: $X \subset Y$. Связь между символами $\subset$ и $\subseteq$ дается выражением:

$$X \subset Y \Leftrightarrow X \subseteq Y \text{ и } X \neq Y$$

Отметим некоторые свойства подмножества, вытекающие из определения:

$$X \subseteq X \text{ (рефлексивность);}$$

$$[X \subseteq Y \text{ и } Y \subseteq Z] \rightarrow X \subseteq Z \text{ (транзитивность);}$$

$\emptyset \subseteq M$. Принято считать, что пустое множество является подмножеством любого множества.

Исходное множество A по отношению к его подмножествам называется полным множеством и обозначается I .

Любое подмножество A_i множества A называется собственным множеством A .

Множество, состоящие из всех подмножеств данного множества X и пустого множества $\emptyset$, называется булеаном X и обозначается $\beta(X)$. Мощность булеана $|\beta(X)| = 2^n$.

Счетное множество — это такое множество A , все элементы которого могут быть занумерованы в последовательность (м.б. бесконечную) $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ так, чтобы при этом каждый элемент получил лишь один номер n и каждое натуральное число n было бы в качестве номера дано одному и лишь одному элементу нашего множества.

Множество, эквивалентное множеству натуральных чисел, называется счетным множеством.

Пример. Множество квадратов целых чисел $1, 4, 9, \dots, n^2$ представляет собой лишь подмножество множества натуральных чисел N . Множество является счетным, так как приводится во взаимно однозначные соответствия с натуральным рядом путем приписывания каждому элементу номера того числа натурального ряда, квадратом которого он является.

Существует 2 основных способа задания множеств.

перечислением ($X = \{a, b\}$, $Y = \{1\}$, $Z = \{1, 2, \dots, 8\}$, $M = \{m_1, m_2, m_3, \dots, m_n\}$);

описанием — указывается характерное свойства, которым обладают все элементы множества.

Множество полностью определено своими элементами.

Перечислением можно задать только конечные множества (например, множество месяцев в году). Бесконечные множества можно задать только описанием свойств его элементов (например, множество рациональных чисел можно задать описанием $Q = \{n/m, m, n \in Z, m \neq 0\}$).

Способы задания множества описанием:

а) заданием порождающей процедуры с указанием множества (множеств), которое пробегает параметр (параметры) этой процедуры — рекурсивный, индуктивный.

$X = \{x: x_1 = 1, x_2 = 1, x_{k+2} = x_k + x_{k+1}, k = 1, 2, 3, \dots\}$ — мн-во чисел Фибониичи.

{мн-во элементов x , таких, что $x_1=1, x_2=1$ и произвольное x_{k+1} (при $k=1,2,3,\dots$) вычисляется по формуле $x_{k+2}=x_k+x_{k+1}$ } или $X=\{x: x_1=1, x_2=1, x_3=2, x_4=3, x_5=5, x_6=8, \dots\}$

б) заданием вычислительной процедуры формульной зависимости:

$$X = \{x: x=2\sin(y)+1, y \in \{0, \pi/2\}\} \Leftrightarrow \{1, 3\}$$

$$X = \{x: x^2-1=0 \Leftrightarrow \{+1, -1\}$$

в) заданием характеристического свойства (высказывания), выделяющего элементы данного множества из элементов других множеств — предикатный.

$A=\{x: x \text{ — четное число}\}; M=\{x: p(x)\}$ — множество x , обладающих свойством p

$N=\{n: n \in \mathbb{Z}, n > 0, \mathbb{Z}=\{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ — множество целых чисел

$K=\{m: m=n^2, n \in \mathbb{N}\}$ — множество всех квадратов натуральных чисел, $\mathbb{N}=\{1, 2, 3, \dots\}$

$$X=\{x: 0 \leq x \leq 1, x \in \mathbb{N}\} \Leftrightarrow 1, 2, 3, \dots, \text{ где } N\text{-мн-во целых чисел.}$$

г) заданием с помощью операций над множествами — аналитический.

Отметим некоторые свойства подмножества, вытекающие из его определения:

Если $X \subseteq Y$ и $Y \subseteq X \rightarrow X=Y$

Для любого множества само это множество и $\emptyset$ можно рассматривать как его подмножества, называемые несобственными. Все другие подмножества — собственные.

Операции над множествами.

Объединение множеств

Объединение множеств X и Y — это множество, состоящее из всех тех и только тех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из множеств X или Y , т.е. принадлежат X или принадлежат Y .

Объединение X и Y обозначается через $X \cup Y$

Формально $x \in X \cup Y \Leftrightarrow x \in X$ или $x \in Y$

Пример 1. Если $X=\{1,2,3,4,5\}$ и $Y=\{2,4,6,8\}$, то $X \cup Y=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$

Пример 2. Если X — множество точек левого круга и Y — множество точек правого круга, то $X \cup Y$ — заштрихованная область, ограниченная обоими кругами.

Понятие объединения можно распространить и на большее число множеств, на систему множеств. Обозначим через $M=\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ совокупность n множеств $X_1, X_2, \dots, X_n$, называемую иногда системой множеств. Объединение этих множеств $\bigcup X_i = \bigcup (X \in M)$, $X = X_1 \cup X_2 \cup \dots \cup X_n$ представляет собой множество, состоящее из всех тех и только тех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из множеств данной системы M .

Для объединенных множеств справедливы:

$X \cup Y = Y \cup X$ — коммутативный закон

$(X \cup Y) \cup Z = X \cup (Y \cup Z) = X \cup Y \cup Z$ — ассоциативный закон,

справедливость которых вытекает из того, что левая и правая части равенств состоят из одних и тех же элементов.

Очевидно, что $X \cup \emptyset = X$. Отсюда можно видеть, что $\emptyset$ играет роль нуля в алгебре множеств.

Пересечение множеств

Пересечение множеств X и Y — это множество, состоящее из всех тех и только тех элементов, которые принадлежат как множеству X , так и множеству Y .

Пересечение множеств обозначается $X \cap Y$. Формально $x \in X \cap Y \Leftrightarrow x \in X$ и $x \in Y$

Пример 3. $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ $Y = \{2, 4, 6, 8\}$ $X \cap Y = \{2, 4\}$

Пример 4. Если X — множество точек левого круга, а Y — множество точек правого круга, то $X \cap Y$ представляет собой заштрихованную область, являющуюся общей частью обоих кругов.

Множества X и Y называются непересекающимися (дизъюнктными), если они не имеют общих элементов, то есть если $X \cap Y = \emptyset$.

Пример 5. $\{1, 2, 3\}$ и $\{4, 5, 6\}$

Аналогично объединению понятие пересечения можно распространить на систему множеств: $\cap X = \cap X_i = X_1 \cap X_2 \cap \dots \cap X_n$

Пересечение множеств представляет собой множество, элементы которого принадлежат каждому из множеств системы M .

Для пересечения множеств справедливы:

$X \cap Y = Y \cap X$ — коммутативный закон

$(X \cap Y) \cap Z = X \cap (Y \cap Z) = X \cap Y \cap Z$ — ассоциативный закон

Заметим также, что имеет место соотношение $X \cap \emptyset = \emptyset$.

Пример 6. $A = \{a, b\}$, $B = \{b, c\}$, $C = \{a, c\}$. $A \cap B \cap C = \emptyset$, хотя $A \cap B = \{b\}$, $B \cap C = \{c\}$

Разность множеств

Разность множеств определена только для двух множеств. Разностью множеств X и Y называется множество, состоящее из всех тех и только тех элементов, которые принадлежат X и не принадлежат Y .

Обозначается: $X \setminus Y$. Формально: $x \in X \setminus Y \Leftrightarrow x \in X$ и $x \notin Y$

Пример 7. (см. Пример 1) $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{2, 4, 6, 8\}$, $X \setminus Y = \{1, 3, 5\}$, $Y \setminus X = \{6, 8\}$

Разность множеств не обладает свойством коммутативности $X \setminus Y \neq Y \setminus X$

Если $A \setminus B = \emptyset$, то $A \subset B$ — поставить ? обратно при $A \cap B \neq \emptyset$

Универсальное множество

Роль нуля в алгебре множеств играет пустое множество. А нет ли такого множества, которое играет роль «1», т.е. удовлетворяет условию: $X \cup I = X$, что означает, что пересечение или «общая часть» множества I и множества X для любого множества X совпадает с самим этим множеством. Это возможно лишь в том случае, если множество I содержит все элементы, из которых может состоять множество X , так что любое множество X полностью содержится в множестве I .

Множество I , удовлетворяющее этому условию, называется полным, или универсальным, или единичным.

Если при некотором рассмотрении участвуют только подмножества некоторого фиксированного множества, то это самое большое множество будем считать универсальным и обозначать I .

Универсальное множество обычно обозначают графически в виде множества точек прямоугольника, а отдельные множества в виде отдельных областей внутри этого прямоугольника. Изображение множеств в виде областей в прямоугольнике, представляющем универсальное множество, называется диаграммой Эйлера-Венна.

Универсальное множество обладает интересным свойством, которое не имеет аналогии в обычной алгебре, а именно, для любого множества X справедливо соотношение $X \cup I = I$.

Дополнение множества

Множество, определяемое из соотношения $\neg X = I \setminus X$, называется дополнением множества X (до универсального множества I).

На диаграмме множество $\neg X$ представляет собой незаштрихованную область.

Формально: $X = \{x: x \in I \text{ и } x \notin X\}$.

Из определения следует, что X и $\neg X$ не имеют общих элементов. $X \cap \neg X = \emptyset$.

Кроме того, не имеется элементов I , которые не принадлежали бы ни X , ни $\neg X$ (его дополнению), так как те элементы, которые не принадлежат X , принадлежат $\neg X$ (его дополнению). Следовательно, $X \cup \neg X = I$.

Из симметрии данной формулы относительно X и $\neg X$ следует не только то, что $\neg X$ является дополнением X , но и что X является дополнением $\neg X$. Но дополнением множества $\neg X$ есть $\neg(\neg X)$. Таким образом, $\neg(\neg X) = X$.

С помощью операции дополнения представим разность множеств:

$X \setminus Y = \{x: x \in X \text{ и } x \notin Y\} = \{x: x \in X \text{ и } x \in \neg Y\}$, т.е. $X \setminus Y = X \cap \neg Y$.

Порядок выполнения операций:

дополнение;

пересечение;

объединение, разность.

Для изменения порядка используют скобки.

Разбиение множества

Одной из наиболее часто встречающихся операций над множествами является операция разбиения множества на систему подмножеств.

Так, система курсов данного факультета является разбиением множества студентов факультета; система групп данного курса является разбиением множества студентов курса.

Пример. Продукция предприятия: — высший сорт, I, II, брак.

Рассмотрим некоторое множество M и систему множеств $M = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$

Система множеств M называется разбиением множества M , если она удовлетворяет следующим условиям:

Любое множество X из M является подмножеством множества M
 $\forall X \in M: X \subseteq M$;

Любые два множества X и Y из M являются непересекающимися
 $\forall X \in M, \forall Y \in M: X \neq Y \rightarrow X \cap Y = \emptyset$.

Объединение всех множеств, входящих в разбиение, дает множество M : $X_1 \cup X_2 \cup \dots \cup X_n = M$.

Примерная тематика НИРС по теме

1. Роль теории множеств в формальном описании медико-биологических систем.

Основная литература

1. Ремизов, А. Н. Медицинская и биологическая физика : учебник / А. Н. Ремизов. - 4-е изд., испр. и перераб. - Москва : ГЭОТАР-Медиа, 2022. - 656 с. - Текст : электронный.

Дополнительная литература

1. Фокин, В. А. Теоретические основы кибернетики : курс лекций / В. А. Фокин. - Томск : СибГМУ, 2017. - 244 с. - Текст : электронный.

Электронные ресурсы

1. Множества. Операции над множествами.
(<http://mathprofi.ru/mnozhestva.html>)

Практическое занятие №3

Тема: Элементарная теория вероятностей.

Разновидность занятия: комбинированное.

Методы обучения: объяснительно-иллюстративный, репродуктивный, метод проблемного изложения, частично-поисковый, исследовательский.

Значение темы (актуальность изучаемой проблемы): В биологии при изучении живого организма случайные явления играют важную роль, так как число факторов, действующих на каждый биологический процесс, очень велико. Поэтому применение теории вероятностей, позволяющей оценить процессы, имеющие вероятностный характер, т.е. складывающиеся из множества случайных явлений, имеет важное методологическое и теоретическое значение. Понятие вероятности и распределения вероятностей в приложении к медицине позволяет придать количественную интерпретацию многим эмпирическим врачебным критериям.

Формируемые компетенции: ПК-10.5, УК-7.3, ОПК-6.1, ОПК-6.2, ОПК-6.3, ОПК-8.1, ОПК-8.2, ОПК-8.3.

Место проведения и оснащение практического занятия: Компьютерный класс №6 (4-60/1) – видеопроектор, доска магнитно-маркерная, комплект учебной мебели на посадочные места, локальный сетевой сервер, персональные компьютеры, экран.

Структура содержания темы (хронокарта практического занятия)

п/п	Этапы практического занятия	Продолжительность (мин.)	Содержание этапа и оснащенность
1	Организация занятия	5.00	Проверка посещаемости и внешнего вида обучающихся
2	Формулировка темы и целей	10.00	Озвучивание преподавателем темы и ее актуальности, целей занятия
3	Контроль исходного уровня знаний и умений	10.00	Тестирование, индивидуальный устный или письменный опрос, фронтальный опрос
4	Раскрытие учебно-целевых вопросов по теме занятия	10.00	Изложение основных положений темы
5	Самостоятельная работа обучающихся (текущий контроль)	85.00	Выполнение практического задания
6	Итоговый контроль знаний (письменно или устно)	10.00	Тесты по теме, ситуационные задачи
7	Задание на дом (на	5.00	Учебно-методические разработки

	следующее занятие)		следующего занятия и методические разработки для внеаудиторной работы по теме
	ВСЕГО	135	

Аннотация (краткое содержание темы):

Специальная математическая дисциплина - теория вероятностей позволяет количественно оценивать явления, происходящие в недетерминированных системах, т.е. в тех случаях, когда нет прямого соответствия между воздействием и ответной реакцией. Элементы живых систем именно так и реагируют, поэтому для оценки биологических реакций мало пригодны методы, требующие линейной и однозначной зависимости между анализируемыми переменными. В основе теории вероятностей лежит представление о случайной величине и случайном процессе.

Примером случайной величины могут быть:

- продолжительность сердечного цикла,
- температура кожи лба,
- заболевание гриппом в определенной местности и др.

Флуктуации, сопровождающие закономерный процесс, носят случайный характер. В точных науках для построения моделей и даже для расчетов в ряде случаев можно не учитывать эти случайные отклонения и основываться на главных сторонах явления. В биологии при изучении живого организма случайные явления играют важную роль, так как число факторов, действующих на каждый биологический процесс, очень велико. Поэтому применение теории вероятностей, позволяющей оценить процессы, имеющие вероятностный характер, т.е. складывающиеся из множества случайных явлений, имеет важное методологическое и теоретическое значение. Понятие вероятности и распределения вероятностей в приложении к медицине позволяет придать количественную интерпретацию многим эмпирическим врачебным критериям.

Например, известно, что коронарная болезнь встречается чаще в возрасте старше 40 лет, а пороки сердца формируются чаще в возрасте до 40 лет. При коронарной болезни болевой синдром бывает почти всегда, выраженные изменения электрокардиограммы бывают довольно часто, а шумы сердца почти никогда не встречаются. При пороках сердца сердечные шумы наиболее частый симптом, изменения электрокардиограммы обычно незначительны (особенно в начальном периоде заболевания), а болевой синдром встречается очень редко. Таким образом, мы оцениваем частоту заболеваний и их симптоматику словами: "часто", "редко", "всегда", "почти никогда". Ясно, что это эмпиризм. Теория вероятностей позволяет осуществить точный количественный учет в медицинских понятиях заболеваемости, симптомов, синдромов и признаков и только после введения количественных критериев станет возможным использование современной вычислительной техники для целей диагностики и научного исследования.

Основные определения

Испытание - это ситуация с более чем одним возможным исходом. Другими словами, это эмпирические наблюдения, тестирование, проведение эксперимента.

Исход - это результат наблюдения или измерения.

Единичный (отдельный) исход называется **элементарным событием** (или элементарным исходом).

Например, лечение больного имеет два возможных исхода - выздоровление и невыздоровление больного. Поэтому, лечение - это испытание, а выздоровление и невыздоровление - это исходы.

Пространство элементарных исходов включает все элементарные события, которые могут произойти в результате испытания. Обозначается Ω .

Например, возможные осложнения при лечении гепатита С интерфероном - обострение язвенной болезни, повышение температуры тела, кожные высыпания, гормональные нарушения и т.д., все это с точки зрения теории вероятностей является множеством элементарных событий.

Событие есть некоторое подмножество пространства элементарных исходов испытания.

Например, если речь идет о диагностировании состояний систем человеческого организма, то событием может быть наличие сердечно-сосудистой патологии, включающее различные заболевания сердечно-сосудистой системы.

Случайное событие это событие, которое при выполнении определенного комплекса условий может, как произойти, так и не произойти.

Например, заболевания, имеющие наследственный фактор возникновения (гипертония, сахарный диабет, псориаз, гемофилия и т.д.) являются случайными событиями, т.к. они могут появиться, но могут и не появиться у человека,отягощенного такой наследственностью.

Достоверным назовем событие, наступающее при любом исходе испытания. Обозначается Ω .

Например, выписка больного из больницы - это достоверное событие.

Невозможным назовем событие, не наступающее ни при одном исходе испытания. Обозначается $\emptyset$.

Например, рождение ребенка однополыми родителями - невозможное событие, по крайней мере в ближайшие десятилетия.

Равновозможными назовем события, для которых есть основания считать, что ни одно из них не является более возможным, чем другое.

Например, события $A = \{\text{выпадет четное число очков}\}$ и $B = \{\text{выпадет нечетное число очков}\}$ являются равновозможными.

События A и B называются **несовместными**, если они не могут произойти одновременно. В противном случае, эти события являются **совместными**.

Суммой двух случайных событий A и B называется третье событие $C=A+B$, состоящее в том, что произошло хотя бы одно из них.

Например, событие А - больного положили в кардиологическое отделение, событие В - больного положили в неврологическое отделение, событие С - больного положили в больницу.

Произведением двух случайных событий А и В называется третье событие $C=AB$, состоящее в том, что произошли оба события.

Например, событие А - больному проведена химиотерапия, событие В - больного прооперировали, событие С - больному провели комплексное лечение заболевания.

События $H_1, H_2, \dots, H_n$ образуют **полную группу событий**, если они попарно несовместны, а их сумма является достоверным событием.

Вероятность (классическое определение) Согласно классическому определению вероятности вероятность наступления любого события А, состоящего из m исходов, определяется как отношение числа исходов благоприятствующих наступлению события А, к общему числу n **равновозможных** исходов:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Свойства вероятности

Свойство 1. Вероятность достоверного события равна единице.

Свойство 2. Вероятность невозможного события равна нулю.

Свойство 3. Вероятность любого события не может быть меньше нуля и больше единицы $0 \leq P(A) \leq 1$.

Вероятность выступает мерой для случайных событий. Каждому случайному событию ставится в соответствие одно единственное число от 0 до 1 включительно, которое называется вероятностью этого события.

Событие $\bar{A}$ называется **противоположным** событию А, если оно не совместно с А и вместе (в сумме) они образуют достоверное событие, т.е. $\bar{A} + A = \Omega$.

Например, событие А - больной выписан из больницы, событие $\bar{A}$ - больной не выписан из больницы.

Вероятность противоположного события: $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

Гипергеометрическое распределение (схема)

Из урны, в которой К синих и N-K красных шаров, наудачу и без возвращения вынимают n шаров, $n \leq N$. Термин "наудачу" означает, что появление любого набора из n шаров равновозможно. Найти вероятность того, что будет выбрано k синих и $n-k$ красных шаров.

При $k > K$ или $n-k > N-K$ искомая вероятность равна нулю, так как соответствующее событие невозможно.

Пусть $k \leq K$ и $n-k \leq N-K$. Обозначим через A_k событие, вероятность которого требуется найти. Событию A_k благоприятствует появление любого набора, содержащего k синих шаров и $n-k$ красных. Выбор n шаров из N.

$$P(A_k) = \frac{C_K^k \cdot C_{N-K}^{n-k}}{C_N^n}.$$

Пример. В группе из 10 студентов 4 девушки. Найти вероятность того, что в команде из 5 случайно выбранных студентов 3 девушки.

$$P = \frac{m}{n} = \frac{C_4^3 \cdot C_6^2}{C_{10}^5} = 0,238.$$

Вероятность (статистическое определение) Статистической вероятностью наступления события A называется относительная частота появления этого события в n произведенных испытаниях,

$$P^*(A) = W(A) = \frac{m}{n},$$

$P^*(A)$ - статистическое определение вероятности; $W(A)$ - относительная частота; n - количество произведенных испытаний; m - число испытаний, в которых событие A появилось.

Заметим, что статистическая вероятность является опытной, экспериментальной характеристикой. Например, если в одной клинике на 200 проведенных операций пришлось 50 послеоперационных осложнений, а в другой - 30 осложнений на 350 операций, то статистические вероятности осложнений для данных клиник составят соответственно 0,25 и 0,086.

Известно, что при увеличении числа испытаний статистическая вероятность приближается к математической вероятности, т.е. при $n \rightarrow \infty$, $P^*(A) \rightarrow P(A)$.

Недостатком статистического определения является неоднозначность статистической вероятности.

- Формулы классической и статистической для определения вероятности имеют внешнее сходство, но они различны по существу.
- Формула классической вероятности служит для теоретического вычисления вероятности события по заданным условиям опыта.
- Формула статистической вероятности служит для экспериментального определения частоты события. Чтобы воспользоваться формулой статистической вероятности, необходим опытный статистический материал.

Использовать методы теории вероятностей следует с определенной осторожностью, так как они применимы к тем случайным событиям, которые удовлетворяют определенным свойствам. Во-первых, события должны быть исходами испытаний, которые могут быть воспроизведены неограниченное число раз при одном и том же комплексе условий. Во-вторых, события должны обладать определенной статистической устойчивостью, т.е. при различных сериях испытаний относительные частоты должны отличаться незначительно.

Заметим, классическое определение вероятности является весьма ограниченным. Ограниченность проявляется хотя бы в том, что события рассматриваются равновозможные, дискретные, число которых конечно. Поэтому наряду с классическим определением вероятности рассматривают асимптотическое определение, в котором вероятность определяется как числовая функция, обладающая рядом свойств.

Правило сложения

Если два события A и B являются **несовместными**, то вероятность суммы этих событий равна сумме их вероятностей: $P(A+B)=P(A)+P(B)$.

Если два события A и B являются **совместными**, то $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$.

Правило умножения

События называются **независимыми** если появление одного из них не влияет на вероятность появления другого. Если события не являются независимыми, то говорят, что они зависимы.

Вероятность произведения двух независимых событий A и B равна произведению их вероятностей: $P(AB)=P(A) \cdot P(B)$.

Если события A и B независимы, то независимы и события A и $\bar{B}$, $\bar{A}$ и B , $\bar{A}$ и $\bar{B}$.

Пример. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка 0,8, а для второго - 0,6. Стрелки независимо друг от друга сделают по одному выстрелу. Какова вероятность того, что в мишень попадет хотя бы один из стрелков?

Решение. Пусть события: $A=\{\text{попадание первого стрелка}\}$, $B=\{\text{попадание второго стрелка}\}$, $C=\{\text{попадание хотя бы одного из стрелков}\}$. Тогда, очевидно $C = A + B$, причем события A и B совместны и независимы. Вероятности: $P(A) = 0,8$; $P(B) = 0,6$. Следовательно,

$P(C)=P(A)+P(B) - P(AB)=P(A)+P(B)-P(A) \cdot P(B)= 0,8 + 0,6 - 0,8 \cdot 0,6 = 0,92$.

Условной вероятностью называется вероятность события B при условии, что событие A наступило. Обозначается: $P(B|A)$.

Вероятность произведения двух событий A и B равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, при условии, что первое событие произошло: $P(AB)=P(A) \cdot P(B|A)=P(B) \cdot P(A|B)$, если $P(B)>0$ и $P(A)>0$.

Условной вероятностью называется вероятность события B при условии, что событие A наступило

$$P(B | A) = \frac{P(AB)}{P(A)}.$$

Условная вероятность определена только в случае, когда $P(A)>0$.

Примерная тематика НИРС по теме

1. Роль математической статистики в медицине и здравоохранении.

Основная литература

2. Ремизов, А. Н. Медицинская и биологическая физика : учебник / А. Н. Ремизов. - 4-е изд., испр. и перераб. - Москва : ГЭОТАР-Медиа, 2022. - 656 с. - Текст : электронный.

Дополнительная литература

2. Фокин, В. А. Теоретические основы кибернетики : курс лекций / В. А. Фокин. - Томск : СибГМУ, 2017. - 244 с. - Текст : электронный.

Электронные ресурсы

2. Множества. Операции над множествами.
(<http://mathprofi.ru/mnozhestva.html>)

Практическое занятие №4

Тема: Случайные величины и их распределения (В интерактивной форме).

Разновидность занятия: комбинированное.

Методы обучения: объяснительно-иллюстративный, репродуктивный, метод проблемного изложения, частично-поисковый, исследовательский.

Значение темы (актуальность изучаемой проблемы): Понятие случайного события, являющееся одним из основных в теории вероятностей, имеет несколько описательный характер. А во многих практических задачах используются величины, принимающие то или иное числовое значение в зависимости от случая. Таким образом, понятие случайной величины тесно связано с понятием случайного события, но наличие численной характеристики позволяет применить к случайным величинам мощный математический аппарат.

Формируемые компетенции: ПК-10.5, УК-7.3, ОПК-6.1, ОПК-6.2, ОПК-6.3, ОПК-8.1, ОПК-8.2, ОПК-8.3.

Место проведения и оснащение практического занятия: Компьютерный класс №6 (4-60/1) – видеопроектор, доска магнитно-маркерная, комплект учебной мебели на посадочные места, локальный сетевой сервер, персональные компьютеры, экран.

Структура содержания темы (хронокарта практического занятия)

п/п	Этапы практического занятия	Продолжительность (мин.)	Содержание этапа и оснащенность
1	Организация занятия	5.00	Проверка посещаемости и внешнего вида обучающихся
2	Формулировка темы и целей	10.00	Озвучивание преподавателем темы и ее актуальности, целей занятия
3	Контроль исходного уровня знаний и умений	10.00	Тестирование, индивидуальный устный или письменный опрос, фронтальный опрос
4	Раскрытие учебно-целевых вопросов по теме занятия	10.00	Изложение основных положений темы
5	Самостоятельная работа обучающихся (текущий контроль)	85.00	Выполнение практического задания
6	Итоговый контроль знаний (письменно или устно)	10.00	Тесты по теме, ситуационные задачи
7	Задание на дом (на следующее занятие)	5.00	Учебно-методические разработки следующего занятия и

			методические разработки для внеаудиторной работы по теме
	ВСЕГО	135	

Аннотация (краткое содержание темы):

Одно из важнейших понятий в теории вероятностей - случайная величина.

Примеры случайных величин

- количество вызовов скорой помощи за один час в течение суток;
- число посещений врача за год;
- число заболеваний у человека за 5 лет;
- уровень сахара в крови больного сахарным диабетом в течение суток;
- частота пульса в минуту у пациента;
- масса тела новорожденного;
- рост новорожденного;
- значения Т-критерия при денситометрии для диагностики остеопороза;
- время инкубационного периода заболевания.

Эти примеры отличаются по конкретному содержанию, но у них есть общие черты:

- в каждом примере речь идет о величине, которая характеризует некоторое случайное событие;
- любая из величин может принимать переменные числовые значения в зависимости от случайного исхода испытания.

Случайная величина: неформальное описание

Под случайной величиной понимается величина, которая в результате опыта со случайным исходом принимает то или иное числовое значение, можно сказать, что случайная величина является числовой функцией результата эксперимента.

Иначе:

до проведения опыта не известно какое значение примет случайная величина, а после проведения опыта наступает случайное событие - случайная величина принимает конкретное значение.

Случайная величина X называется **дискретной**, если множество её возможных значений $\{x_1, x_2, \dots\}$ счетное (конечное или бесконечное, т.е. все значения случайной величины можно занумеровать рядом натуральных чисел), причем

$$P(X = x_i) = p(x_i) > 0, \quad \sum_i p(x_i) = 1, i = 1, 2, \dots$$

суммирование распространяется на все возможные значения x_i .

Наиболее полным описанием случайной величины является закон её распределения.

Законом распределения случайной величины называется всякое соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями.

Про случайную величину говорят, что она распределена по данному закону распределения или подчинена этому закону распределения.

Закон распределения дискретной случайной величины является числовой функцией, поэтому его можно задать в виде таблицы, или графика, или аналитически с помощью некоторой формулы.

При табличном задании значения дискретной случайной величины упорядочивают по возрастанию, записывая в первой строке таблицы, а соответствующие значения вероятностей располагают во второй ее строке $p_i = P(X=x_i)$:

X	x_1	x_2	x_3	$\dots$
$P(X=x_i)$	p_1	p_2	p_3	$\dots$

Такая таблица называется рядом распределения дискретной случайной величины X . Все x_i вместе образуют полную группу несовместных событий,

$$\sum_i p_i = 1.$$

следовательно, Единичная вероятность распределена между значениями случайной величины, отсюда и термин распределение вероятностей.

Любой способ задания случайной величины называется законом распределения этой величины. На практике для задания случайных величин общего вида обычно используется функция распределения.

Функцией распределения случайной величины X называется функция $F_X: \mathbf{R} \rightarrow [0, 1]$, при каждом $x \in \mathbf{R}$ равная вероятности случайной величине X принимать значения, меньшие x :

$$F_X(x) = P(X < x) = P\{\omega : X(\omega) < x\}.$$

Для простоты в тех случаях, когда это не может привести к неточности, будем писать $F(x)$ вместо $F_X(x)$.

Любая функция распределения случайной величины обладает следующими **свойствами**:

F1 Функция $F_X(x)$ ограничена: $0 \leq F_X(x) \leq 1$, $-\infty < x < +\infty$. Действительно, т.к. функция распределения представляет собой вероятность, она может принимать только те значения, которые принимает вероятность;

F2 $F_X(x)$ неубывающая функция на всей числовой оси: если x_1, x_2 - точки числовой оси, причем $x_1 < x_2$, то $F(x_1) \leq F(x_2)$. Это следует из того, что $F(x_1) \leq P(X \leq x_1) \leq P(X \leq x_2) = F(x_2)$.

F3 Существуют пределы $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1$.

В частности, если все возможные значения X лежат в интервале $[a, b]$, то $F(x) = 0$ при $x \leq a$ и $F(x) = 1$ при $x > b$. Действительно, $X < a$ - событие невозможное, а $X < b$ - достоверное.

F4 $F(x)$ - непрерывная слева в любой точке x_0 числовой оси $F_X(x_0-0) = \lim_{x \rightarrow x_0-0} F_X(x) = F_X(x_0)$.

F5 В любой точке x_0

$$F_X(x_0 + 0) - F_X(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0+0} F_X(x) - F_X(x_0) = P(X = x_0)$$

или, иначе говоря, $F_X(x_0 + 0) = F_X(x_0) + P(X = x_0) = P(X \leq x_0)$.

F6 Вероятность попадания случайной величины X на произвольный интервал действительной оси $[a; b)$ равна приращению её функции распределения на этом интервале:

$$P(a \leq X < b) = F_X(b) - F_X(a).$$

Так как события $A = \{X < a\}$ и $B = \{a \leq X < b\}$ несовместные, поэтому $A+B = \{X < a\} + \{a \leq X < b\} = \{X < b\}$.

Формула из свойства **F6** справедлива как для дискретных случайных величин, так и для непрерывных случайных величин.

С помощью функции распределения можно вычислить вероятность события $\{X \geq x\}$: $P(X \geq x) = 1 - P(X < x) = 1 - F(x)$.

Зная закон распределения дискретной случайной величины X , можно найти её функцию распределения (функцию накопленных вероятностей), представляющую собой сумму вероятностей тех ее возможных значений, которые меньше аргумента функции

$$F_X(x) = P(X < x) = \sum_{i: x_i < x} P(X = x_i) = \sum_{x_i < x} p(x_i),$$

где суммирование распространяется на все значения индекса i , для которых $x_i < x$.

Случайная величина X имеет дискретное распределение тогда и только тогда, когда функция распределения $F(x)$ - ступенчатая функция. При этом значения X есть точки x_i скачков $F(x)$, и $p_i = P(X = x_i) = F_X(x_i + 0) - F_X(x_i)$ - величины скачков.

Соответствия числовых характеристик

$M(X)$ - математическое ожидание, $D(X)$ - дисперсия, $\sigma(X)$ - стандартное отклонение, ν_k - начальный момент k -того порядка, μ_k - центральный момент k -того порядка.

Величина $A = \frac{\mu_3}{\sigma^3}$ называется **коэффициентом асимметрии**, где $\sigma = \sigma(X)$ - стандартное отклонение.

При $A=0$ распределение симметрично относительно математического ожидания $M(X)$, при $A > 0$ кривая распределения имеет положительную (правостороннюю) асимметрию, при $A < 0$ кривая распределения имеет отрицательную (левостороннюю) асимметрию.

Величина $E = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3$ называется **эксцессом**, здесь $\sigma = \sigma(X)$ - стандартное отклонение, а 3 вычитают потому, что для нормального распределения $\frac{\mu_4}{\sigma^4} = 3$.

Коэффициент эксцесса положителен, если пик распределения около математического ожидания острый, и отрицателен, если пик гладкий.

Законы распределения дискретных случайных величин

Случайная величина X имеет **вырожденное** распределение в точке $C \in \mathbf{R}$, если X принимает единственное значение C с вероятностью 1.

Случайная величина X имеет **распределение Бернулли** с параметром p , если X принимает значения 1 и 0 с вероятностями p и $1-p$ соответственно. Случайная величина X с таким распределением равна числу успехов в одном испытании схемы Бернулли с вероятностью успеха p .

Случайная величина X имеет **биномиальное распределение** с параметрами $n \in \mathbf{N}$ и $p \in (0, 1)$, $q=1-p$, если X принимает значения $k=0, 1, 2, \dots, n$ с вероятностями

$$P(X = k) = P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k} = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}.$$

Случайная величина с таким распределением имеет смысл числа k успехов в n независимых испытаниях схемы Бернулли с вероятностью успеха p .

В таблицах Excel функция биномиального распределения в русскоязычной версии выглядит так:

=БИНОМ.РАСП(число_успехов;число_испытаний;вероятность_успеха;интегральная),

где число_успехов - количество успешных испытаний (k);

число_испытаний - количество независимых испытаний (n);

вероятность_успеха - вероятность успеха каждого испытания (p);

интегральная - имеет два логических значения, которые определяют форму возвращаемого распределения вероятности:

ЛОЖЬ (0) - для вычисления вероятности числа успехов по формуле Бернулли,

ИСТИНА (1) - для вычисления накопленной вероятности того, что число случайных событий будет включительно в диапазоне от нуля до числа успехов.

Случайная величина X имеет **геометрическое распределение** с параметром $p \in (0, 1)$, $q=p-1$, если X принимает значения $k=1, 2, 3, \dots$ с вероятностями

$$P(X = k) = p(1-p)^{k-1} = pq^{k-1}.$$

Случайная величина с таким распределением имеет смысл номера первого успешного испытания в схеме Бернулли с вероятностью успеха p .

Законы распределения непрерывных случайных величин

Среди непрерывных случайных величин простейшими и в то же время наиболее важными являются величины, имеющие нормальное, экспоненциальное или равномерное распределение. Нормальный закон

распределения описывает явления, широко распространенные в природе и технике и возникающие при наложении друг на друга многочисленных случайных воздействий, среди которых нет доминирующих по интенсивности. Экспоненциальный закон описывает время безотказной работы технических устройств и может быть применен при оценке их надежности. Равномерное распределение является базовым при генерации случайных величин на компьютере, так как стандартные датчики случайных чисел дают числа, равномерно распределенные на интервале $(0; 1)$. Равномерно распределены также случайные ошибки измерения физических величин приборами, имеющими шкалы с делениями.

Примерная тематика НИРС по теме

1. Математическое моделирование в медицине.
2. Моделирование случайной величины с заданным законом распределения

Основная литература

1. Ремизов, А. Н. Медицинская и биологическая физика : учебник / А. Н. Ремизов. - 4-е изд., испр. и перераб. - Москва : ГЭОТАР-Медиа, 2022. - 656 с. - Текст : электронный.

Дополнительная литература

1. Фокин, В. А. Теоретические основы кибернетики : курс лекций / В. А. Фокин. - Томск : СибГМУ, 2017. - 244 с. - Текст : электронный.

Электронные ресурсы

1. Теория вероятностей. Базовые термины и понятия (http://mathprofi.ru/teorija_verojatnostei.html)

Практическое занятие №5

Тема: Основы системного анализа. (В интерактивной форме).

Разновидность занятия: комбинированное.

Методы обучения: объяснительно-иллюстративный, репродуктивный, метод проблемного изложения, частично-поисковый, исследовательский.

Значение темы (актуальность изучаемой проблемы): Системный анализ является прикладной наукой, нацеленной на выяснение причин реальных сложностей, возникших перед «обладателем проблемы» и на выработку вариантов их устранения. В наиболее развитой форме системный анализ включает и непосредственное, практическое улучшающее вмешательство в проблемную ситуацию. Системность не должна казаться неким нововведением, последним достижением науки. Системность есть всеобщее свойство материи, форма ее существования, а значит, и неотъемлемое свойство человеческой практики, включая мышление. Однако всякая деятельность может быть менее или более системной. Появление проблемы — признак недостаточной системности; решение проблемы - результат повышения системности. Желательность и необходимость повышения системности возникает в самых разнообразных областях: в бизнесе, в менеджменте, в медицине и др. Системный анализ позволяет лицу, принимающему решение, выбрать оптимальное решение из возможных альтернатив, зачастую в условиях неполноты данных и неопределенности ситуаций. Занятие обусловлено необходимостью получить представление о совокупности методов и технологий системного анализа для изучения и реализации различных систем в природе, обществе и науке, о системном подходе в медицине и здравоохранении.

Формируемые компетенции: ПК-10.5, УК-7.3, ОПК-6.1, ОПК-6.2, ОПК-6.3, ОПК-8.1, ОПК-8.2, ОПК-8.3.

Место проведения и оснащение практического занятия: Компьютерный класс №6 (4-60/1) – видеопроектор, доска магнитно-маркерная, комплект учебной мебели на посадочные места, локальный сетевой сервер, персональные компьютеры, экран.

Структура содержания темы (хронокарта практического занятия)

п/п	Этапы практического занятия	Продолжительность (мин.)	Содержание этапа и оснащенность
1	Организация занятия	5.00	Проверка посещаемости и внешнего вида обучающихся
2	Формулировка темы и целей	10.00	Озвучивание преподавателем темы и ее актуальности, целей занятия
3	Контроль исходного уровня знаний и умений	10.00	Тестирование, индивидуальный устный или письменный опрос, фронтальный опрос

4	Раскрытие учебно-целевых вопросов по теме занятия	10.00	Изложение основных положений темы
5	Самостоятельная работа обучающихся (текущий контроль)	85.00	Выполнение практического задания
6	Итоговый контроль знаний (письменно или устно)	10.00	Тесты по теме, ситуационные задачи
7	Задание на дом (на следующее занятие)	5.00	Учебно-методические разработки следующего занятия и методические разработки для внеаудиторной работы по теме
	ВСЕГО	135	

Аннотация (краткое содержание темы):

Системный анализ является прикладной наукой, нацеленной на выяснение причин реальных сложностей, возникших перед «обладателем проблемы» и на выработку вариантов их устранения. В наиболее развитой форме системный анализ включает и непосредственное, практическое улучшающее вмешательство в проблемную ситуацию. Системность не должна казаться неким нововведением, последним достижением науки. Системность есть всеобщее свойство материи, форма ее существования, а значит, и неотъемлемое свойство человеческой практики, включая мышление. Однако всякая деятельность может быть менее или более системной. Появление проблемы - признак недостаточной системности; решение проблемы - результат повышения системности. Желательность и необходимость повышения системности возникает в самых разнообразных областях, в том числе, в медицине. Системный анализ позволяет лицу, принимающему решение, выбрать оптимальное решение из возможных альтернатив, зачастую в условиях неполноты данных и неопределенности ситуаций.

Системный анализ - методология исследования и конструирования сложных объектов или процессов, представимых в виде систем. Представляет собой совокупность методов и технологий для изучения и реализации различных систем в природе, обществе и науке, и прежде всего -- методов принятия решений при управлении этими системами. Опирается на комплекс математических, статистических и экспериментальных методов.

Системный подход - это методологическое направление в науке, основная задача которого состоит в разработке методов исследования и конструирования сложноорганизованных объектов или явлений как систем. Это означает, что все составляющие изучаемого объекта рассматриваются как единое целое, во взаимосвязи друг с другом.

Ценность системного подхода - рассмотрение категорий системного анализа создает основу для логического и последовательного подхода к проблеме принятия решений.

Принципы системного подхода:

- совокупность элементов системы представляет собой одно целое, запрет на рассмотрение системы как простого объединения элементов;
- свойства системы не просто сумма свойств ее элементов. Система обладает особыми свойствами, которых может и не быть у отдельных элементов;
- максимум функции системы (эффективность) зависит от условий построения и функционирования;
- запрет изучения системы в отрыве от окружающей ее среды, т.е. обязательный учет внешних связей.
- Возможность рассматривать анализируемую систему как часть более общей системы;
- возможность деления данной системы на части, подсистемы;
- система должна рассматриваться на всех этапах жизненного цикла.

Основные понятия системного анализа

Система - множество элементов, находящихся в отношениях (связях) друг с другом, образующее определенную целостность.

Элемент - неделимая часть системы, обладающая самостоятельностью по отношению к данной системе. Неделимость элемента рассматривается как нецелесообразность учета в пределах модели данной системы его внутреннего строения.

Подсистема - относительно независимая часть системы с некоторыми связями и отношениями.

Любая система состоит из подсистем, подсистема любой системы может быть сама рассмотрена как система.

Внешняя среда представляет собой совокупность естественных и искусственных систем, для которых данная система не является подсистемой.

Каждый элемент системы характеризуется конкретными свойствами (масса, температура, размер и т.д.).

Состояние элемента - это набор всех его текущих свойств. Состояние элемента, в зависимости от различных факторов (времени, пространства, внешней среды и т.д.) может изменяться.

Связь - совокупность зависимостей свойств одного элемента от свойств других элементов системы.

Состояние системы - характеристика системы на данный момент ее функционирования: текущее состояние каждого ее элемента и всех связей между ними.

Если система способна переходить из одного состояния в другое, то говорят, что она обладает **поведением**.

Цель системы - желаемое состояние системы или желаемый результат ее поведения.

Функции системы - результаты деятельности системы в окружающей среде; изменения, производимые системой в окружающей среде.

Формально система может быть описана следующими способами:

- простое перечисление элементов. Для каждого элемента задаётся множество значений, которое он может принимать;
- графическое представление системы: в виде графа, в котором вершины соответствуют элементам системы, ребра - связям между ними;
- модель «вход --- выход».

Графическое представление системы

Граф - объект, состоящий из множества вершин (узлов) и соединяющих их ребер (связей между вершинами).

Математически, граф представляется в виде пары $G = (E, R)$, где E - непустое множество вершин (узлов), а R - множество ребер (связей между вершинами). Граф может быть ориентированным, неориентированным, взвешенным.

Ориентированный граф - граф, в котором пары ребер упорядочены (указана направленность движения от одной вершины к другой).

Неориентированный граф - граф, в котором пары ребер неупорядочены (направленность движения от одной вершины к другой двусторонняя).

Взвешенный граф - граф, в котором каждому ребру сопоставлено определенное число (вес).

Графы и сети применяются во многих областях: программировании, математике, физике, химии, медицине, социологии, экономике и в других. Графы и сети используются для представления взаимоотношений между объектами в пространстве или во времени (простейшие примеры: карты местности, схемы метрополитена).

Можно использовать графы в медицине: для моделирования различных систем человеческого организма, для представления абстрактных причинно-следственных связей между различными видами патологий и др.

Модель вход-выход - это система, которая представляется в виде замкнутого объекта, у которого известны входы и выходы.

Структура системы (от латинского structure - строение, расположение, порядок) - это совокупность связей и отношений между элементами или подсистемами системы.

Базовые типы структур

- Линейная структура (сборочный конвейер, технология обработки изделия, структура остановок общественного транспорта в одном направлении, видеоряд, текст книги);
- Иерархическая (древовидная) структура (файловая система компьютера, содержание книги, системы управления (например, управление вузом: Ректор - Проректор - Декан - Заведующий кафедрой - Преподаватель кафедры));

- Сетевая структура (транспортные сети, гипертекстовые документы, сеть Интернет, телефонная сеть, этапы деятельности человека).
- Матричная структура (структура работников отделов предприятия, выполняющих работы по одной и той же теме, растровые изображения).

Классификация систем

- по отношению системы к окружающей среде (открытые, закрытые);
- по происхождению системы (искусственные, естественные, смешанные);
- по реальности их существования (реально существующие, абстрактные (идеальные));
- по описанию переменных (параметров) системы (качественные, количественные, смешанные);
- по типу описания законов функционирования системы } (чёрный ящик, белый ящик, серый ящик);
- по зависимости от предыдущих состояний и данных (динамические или статические);
- по изменчивости поведения (детерминированные или стохастические);
- по непрерывности поведения (непрерывные или дискретные);
- по изменчивости во времени (стационарные или нестационарные);
- по размеру (большие или малые);
- по сложности (простые или сложные);
- кибернетические;
- самоорганизующиеся;
- саморегулирующиеся;
- системы управления.

Классификация по типу описания законов функционирования системы

- **Чёрный ящик** - система, вход и выход в которую известны. Неизвестен закон функционирования системы (т.е. процессы, которые происходят в системе);
- **Белый ящик** - входы, выходы и процессы, происходящие внутри данной системы полностью известны;
- **Серый ящик** - полностью известны входы и выходы. Закон частично известен:

- закон точно неизвестен, но известны его свойства;
- закон известен с точностью до параметров, которые неизвестны.

Самоорганизующиеся и саморегулируемые системы

Способность системы воспринимать и использовать информацию о результатах своего функционирования называют обратной связью.

Виды обратной связи:

Отрицательная обратная связь: поступающий с выхода на вход сигнал **УМЕНЬШАЕТ** эффект входного воздействия. Отрицательная обратная связь повышает устойчивость и обеспечивает поддержание равновесия в системе.

Положительная обратная связь: поступающий с выхода на вход сигнал **УВЕЛИЧИВАЕТ** эффект входного воздействия. Положительная обратная связь обычно способствует потере устойчивости в системе.

Роль обратной связи. Восстановление нормальной работы, нарушенной внешними и внутренними факторами, т. е. способность систем к саморегулированию и самоорганизации (адаптации).

Переработку информации, идущей по каналам обратной связи, в сигналы, корректирующие деятельность системы, называют **регулированием**.

Самоорганизация - процесс упорядочения элементов одного уровня в системе за счет внутренних факторов, без внешнего специфического воздействия (изменение внешних условий может также быть стимулирующим либо подавляющим воздействием).

Самоорганизующаяся система - кибернетическая адаптивная система, в которой запоминание информации (накопление опыта) выражается в изменении структуры системы.

Виды самоорганизации в природе:

- пространственное упорядочение (например, лазер, ячейки Рэлея-Бенара),
- временное упорядочение,
- пространственно-временное упорядочение (например, реакция Белоусова-Жаботинского),
- иерархическое устройство (самоподобие или фрактальность).

Саморегулируемые системы - это системы, которые обладают способностью поддерживать свое состояние или режим функционирования на определенном заданном уровне при неопределенных внешних воздействиях. Саморегулируемые системы могут быть:

- **Система регулирования по возмущению** позволяет устранить результаты непредвиденного внешнего воздействия на систему с целью сохранить заданный режим функционирования. Для этого система в своей памяти должна содержать информацию о возможных последствиях возмущения.

- **Система регулирования по отклонению.** Управляющая часть вырабатывает команды, вызывающие изменения в системе, компенсирующие отклонения от заданного режима функционирования в системе.

Примерная тематика НИРС по теме

1. Система получения медико-биологической информации
2. Системный анализ органов и систем человеческого организма.
3. Системный подход в медицине

Основная литература

1. Ремизов, А. Н. Медицинская и биологическая физика : учебник / А. Н. Ремизов. - 4-е изд., испр. и перераб. - Москва : ГЭОТАР-Медиа, 2022. - 656 с. - Текст : электронный.

Дополнительная литература

1. Фокин, В. А. Теоретические основы кибернетики : курс лекций / В. А. Фокин. - Томск : СибГМУ, 2017. - 244 с. - Текст : электронный.

Электронные ресурсы

1. Лекции и учебные пособия по системному анализу (<http://victor-safronov.ru/systems-analysis/lectures/spicnadel/00.html>)
2. Видеокурс по Microsoft® Office PowerPoint® 2010 (<http://www.teachvideo.ru/course/292>)
3. Видео курс - Самоучитель по Word 2010 (<http://www.teachvideo.ru/course/212>)
4. Видео курс - Самоучитель по Word 2013 (<http://www.teachvideo.ru/course/511>)
5. Использование Google для создания презентаций (https://www.youtube.com/watch?v=_mI6QWzUi-Q)
6. Как сделать презентацию в Google Диск (<https://www.youtube.com/watch?v=6VAUOl9wCFw>)

Практическое занятие №6

Тема: Шкалы измерений при оценке систем. (В интерактивной форме).

Разновидность занятия: комбинированное.

Методы обучения: объяснительно-иллюстративный, репродуктивный, метод проблемного изложения, частично-поисковый, исследовательский.

Значение темы (актуальность изучаемой проблемы): Системный анализ представляет собой методологию исследования и конструирования сложных объектов или процессов, представимых в виде систем, совокупность методов и технологий для изучения и реализации различных систем в природе, обществе и науке, опирается на комплекс математических, статистических и экспериментальных методов. Поэтому в системном анализе важную роль играют измерения, следовательно нужно не только иметь представление о различных шкалах и их особенностях, но и уметь выбирать наиболее подходящую шкалу для оценки состояния системы. Изучение темы обусловлено необходимостью уметь производить различные измерения при проведении медицинских исследований и в медико-биологических экспериментах.

Формируемые компетенции: ПК-10.5, УК-7.3, ОПК-6.1, ОПК-6.2, ОПК-6.3, ОПК-8.1, ОПК-8.2, ОПК-8.3.

Место проведения и оснащение практического занятия: Компьютерный класс №6 (4-60/1) – видеопроектор, доска магнитно-маркерная, комплект учебной мебели на посадочные места, локальный сетевой сервер, персональные компьютеры, экран.

Структура содержания темы (хронокарта практического занятия)

п/п	Этапы практического занятия	Продолжительность (мин.)	Содержание этапа и оснащенность
1	Организация занятия	5.00	Проверка посещаемости и внешнего вида обучающихся
2	Формулировка темы и целей	10.00	Озвучивание преподавателем темы и ее актуальности, целей занятия
3	Контроль исходного уровня знаний и умений	10.00	Тестирование, индивидуальный устный или письменный опрос, фронтальный опрос
4	Раскрытие учебно-целевых вопросов по теме занятия	10.00	Изложение основных положений темы
5	Самостоятельная работа обучающихся (текущий контроль)	85.00	Выполнение практического задания
6	Итоговый контроль	10.00	Тесты по теме, ситуационные

	знаний (письменно или устно)		задачи
7	Задание на дом (на следующее занятие)	5.00	Учебно-методические разработки следующего занятия и методические разработки для внеаудиторной работы по теме
	ВСЕГО	135	

Аннотация (краткое содержание темы):

В основе любого исследования лежит эксперимент. Для построения модели объекта необходима информация о нем. Средством получения информации являются наблюдения за объектом исследования. Наблюдения могут проводиться как с помощью пассивных способов их организации (созерцание), так и в процессе специально организованных исследований.

Для построения модели объекта необходима информация о нем. Средством получения информации являются наблюдения за объектом исследования. Наблюдения могут проводиться: пассивным способом (созерцание); активным способом (специально организованное исследование - эксперимент).

Эксперимент с некоторым объектом проводится с целью уточнения его модели. С другой стороны, постановка эксперимента определяется имеющейся до опыта моделью. Противоречия здесь нет, так как в ходе проведения эксперимента исследователь получает новую информацию, позволяющую усовершенствовать модель, развивать и усложнять ее, т.е. в модели появляются новые составляющие, отражающие более полно процессы, явления и эффекты взаимодействия, которые ранее не были учтены в модели.

Эксперимент - это совокупность действий исследователя, осуществляемая посредством материальных средств исследования с целью получения новой информации об изучаемом объекте (процессе, явлении) путем построения информационных (описательных) моделей, характеризующих различные его стороны и проявления.

Основные элементы эксперимента -

- экспериментатор и его деятельность как познающего субъекта;
- объект экспериментального исследования;
- средства экспериментального исследования.

В теории системного анализа выделяются следующие черты эксперимента:

- некоторые явления, в принципе не допускают числовой меры, но их можно фиксировать в «качественных», «слабых» шкалах. Результаты таких экспериментов можно учитывать в моделях, получая качественные и вполне научные выводы;

- неотъемлемым свойством некоторых наблюдений является их расплывчатость, но им придается строгая математическая форма и разработан формальный аппарат работы с ними;
- погрешности измерений являются неотъемлемым естественным свойством самого процесса измерения;
- широкое распространение получили статистические измерения, т.е. оценивание функционалов распределений вероятностей по реализации случайного процесса.

Результаты наблюдений фиксируются в ходе проведения эксперимента в виде качественных или количественных данных, измеряемых с помощью различных видов шкал.

Измерением называется операция установления взаимно однозначного соответствия множества объектов и символов (как частный случай - чисел). Символы (числа) приписываются по определённым правилам.

Правила, на основании которых числа приписываются объектам, определяют шкалу измерения.

Шкалой называется упорядоченная четверка, где

- G — группа допустимых преобразований,
- множество A понимается не только как числовая система, но и как любая формальная знаковая система,
- которая может быть поставлена в отношение гомоморфизма с эмпирической системой.
- R — полная числовая система с отношениями (ЧСО),
- f — функция, которая гомоморфно отображает A в подсистему R .

Согласно современным представлениям, внутренней характеристикой шкалы выступает именно группа G , а f является лишь привязкой шкалы к конкретной ситуации измерения. Измеряемые в экспериментах свойства проявляются количественно, или качественно. Многообразие проявлений любого свойства образуют множества, отображение элементов которых на упорядоченные множества чисел или (в более общем случае) на систему условных знаков образуют шкалы измерения этих свойств.

Элементы множеств проявления свойств находятся в определенных логических соотношениях между собой

- эквивалентность (равенство),
- сходство (близость) этих элементов,
- количественная различимость (больше, меньше),
- допустимость выполнения математических операций (сложение-вычитание, умножение-деление, и т.д.)

Особенности элементов множеств проявления свойств определяют типы соответствующих им шкал измерений.

Классификация С.Стивенса шкал измерения

- номинативная, или номинальная, или шкала наименований, или классификационная;
- порядковая, или ранговая шкала, или неметрическая;
- интервальная, или шкала равных интервалов;

- шкала равных отношений.

Номинативная шкала классифицирует по названию (лат. *nomen* --- имя, название). В основе шкалы лежит процедура, не ассоциируемая с измерением. Пользуясь определённым правилом, объекты группируются по различным классам так, чтобы внутри класса они были идентичны по измеряемому свойству, каждому объекту присваивается обозначение (имя). Номинативная шкала отражает качественные свойства, ее элементы характеризуются только соотношениями эквивалентности (равенства) и сходства конкретных качественных проявлений свойств.

В номинативной шкале учитывается только отношение эквивалентности, удовлетворяющее аксиомам тождества:

- либо $A=B$, либо $A \neq B$;
- если $A=B$, то $B=A$;
- если $A=B$ и $B=C$, то $A=C$.

Отличительные особенности номинативной шкалы. Номинативные шкалы считаются слабыми, в них нельзя ввести понятия единицы измерения, отсутствует нулевой элемент. Шкалы наименований, по существу, качественные, но, если подсчитать количество наблюдений, найти их частоты, то возможны некоторые статистические операции при обработке результатов измерений в этих шкалах можно: найти модальный, т.е. наиболее многочисленный класс эквивалентности, применять различные методы статистического анализа: критерий согласия хи-квадрат, критерий Крамера для проверки гипотезы о связи качественных признаков и др.

Простейший случай номинативной шкалы - дихотомическая шкала, состоящая всего лишь из двух ячеек. Признак, который измеряется по дихотомической шкале наименований, называется альтернативным. Например: голоса «за» и «против», пол: мужской и женский, состояние здоровья: болен, здоров и др.

При большом числе классов используют **иерархические шкалы наименований**. Например: шкалы, используемые для классификации животных и растений, шкала заболеваний в отделении лечебного учреждения.

Порядковая шкала (неметрическая), или ранговая шкала. Для нее характерно отношение эквивалентности и порядка. Является монотонно возрастающей или убывающей и позволяет установить отношение больше/меньше между величинами.

Отличительные признаки шкал порядка:

- неприменимость в них понятий <<единица измерений>> и <<размерность>>,
- необязательность наличия нуля,
- недопустимость выполнения арифметических операций,
- не установлено отношение пропорциональности следовательно нет возможности судить во сколько раз больше или меньше конкретные проявления свойства.

Примеры порядковых шкал в медицине

- Шкала стадий гипертонической болезни (по Мясникову).
- Шкала степеней сердечной недостаточности (по Стражеско-Василенко-Лангу).
- Шкала степени выраженности коронарной недостаточности (по Фогельсону).
- Шкала групп инвалидности.
- Тромботест.
- Шкала комы Глазго (ШКГ) разработана для оценки степени прогрессирования или регрессирования уровня сознания при черепно-мозговой травме.
- Порядковая шкала Бартела для оценки функционального состояния больного после инсульта.
- Шкала Апгар для оценки начального состояния новорожденных.

Интервальная шкала (метрическая) классифицирует по принципу «больше на определенное количество единиц - меньше на определенное количество единиц», определяет величину различий между объектами в проявлении свойства, дополняет идею ранжирования принципом равных интервалов между ранжируемыми явлениями, состоит из одинаковых интервалов, имеет единицу измерения и произвольно выбранное начало - нулевую точку. На шкале интервалов определены действия сложения и вычитания интервалов.

Интервальная шкала допускает линейные преобразования вида: $y=ax+b$, где a - положительное число, b - положительное или отрицательное число. Изменение a приводит к изменению масштаба шкалы, изменение b вызывает сдвиг по шкале, то есть положение нуля на интервальной шкале не определено. Примеры: шкалы температур: Цельсия, Фаренгейта, Реомюра.

Абсолютная шкала (шкала отношений) - это интервальная шкала, в которой присутствует абсолютный нуль, характеризующий отсутствие измеряемого качества, т.е. нуль имеет не условное значение, а вполне определенный физический смысл.

В шкалах отношений существуют условные (принятые по соглашению) единицы измерения. Ко множеству количественных проявлений абсолютных шкал применимы отношения эквивалентности, порядка, пропорциональности.

Абсолютные шкалы подразделяются на:

- шкалы отношений 1-го рода - пропорциональные шкалы, в которых не имеет смысла операция суммирования.
- шкалы отношений 2-го рода - аддитивные шкалы, в которых имеет смысл операция суммирования.

Допустимыми преобразованиями шкале отношений являются подобные (изменяющие только масштаб) преобразования вида: $y=ax$.

Примеры шкал отношений в медицине

- Все данные биохимических и электрофизиологических исследований (концентрации веществ, вольтажи, временные показатели электрокардиограммы).

- Количество правильно или неправильно выполненных заданий в различных тестах по изучению высшей нервной деятельности у человека и животных.

В процессе развития соответствующей области знания тип шкалы может меняться. Так, например, сначала температура измерялась по порядковой шкале (холоднее - теплее), затем - по интервальной (шкалы Цельсия, Фаренгейта, Реомюра), а после открытия абсолютного нуля, температуру можно измерять по шкале отношений (шкала Кельвина).



Среди специалистов иногда имеются разногласия по поводу того, по каким шкалам следует считать измеренными те или иные реальные величины. Другими словами, процесс измерения включает в себя и определение типа шкалы, и обоснование выбора определенного типа шкалы.

Все измерения, в том числе и медико-биологические, имеют некоторую степень погрешности. Различают два вида погрешностей:

- **случайные или рандомизированные ошибки**, могут быть вызваны ограниченной точностью инструментов, вариабельностью самого измеряемого объекта, например, колебаниями биологических параметров человека во время исследования (суточные биоритмы), отсутствием достаточной фиксации тела человека в момент антропометрических измерений, наводкой по электросетям во время снятия биопотенциалов (ЭКГ, электро-энцефалография). Способы уменьшить эти ошибки: увеличить количество измерений или увеличить продолжительность каждого измерения (это касается, в основном, электрических величин).

- **Систематические ошибки**, возникающие при неправильной работе аппаратуры, калибровке лабораторного оборудования (электронных приборов, весов и др.), технологии приготовления растворов в биохимических лабораториях, ошибок, допущенных в расчетах. Результаты измерений во всех случаях оказываются искаженными. Способы уменьшить эти ошибки: контролировать исправность медицинской аппаратуры, следить за правильностью выполнения диагностических и расчетных процедур, корректно выполнять эти расчеты.

Примерная тематика НИРС по теме

1. Медицинские ресурсы Интернет
2. Математическое моделирование в медицине.
3. Особенности медицинских данных

Основная литература

1. Ремизов, А. Н. Медицинская и биологическая физика : учебник / А. Н. Ремизов. - 4-е изд., испр. и перераб. - Москва : ГЭОТАР-Медиа, 2022. - 656 с. - Текст : электронный.

Дополнительная литература

1. Фокин, В. А. Теоретические основы кибернетики : курс лекций / В. А. Фокин. - Томск : СибГМУ, 2017. - 244 с. - Текст : электронный.

Электронные ресурсы

1. Лекции и учебные пособия по системному анализу (<http://victor-safronov.ru/systems-analysis/lectures/spicnadel/00.html>)

Практическое занятие №7

Тема: Системы искусственного интеллекта..

Разновидность занятия: комбинированное.

Методы обучения: объяснительно-иллюстративный, репродуктивный, метод проблемного изложения, частично-поисковый, исследовательский.

Значение темы (актуальность изучаемой проблемы): анализ биомедицинских изображений — актуальная тема, связанная в первую очередь с компьютерной диагностикой.

Формируемые компетенции: ПК-10.5, УК-7.3, ОПК-6.1, ОПК-6.2, ОПК-6.3, ОПК-8.1, ОПК-8.2, ОПК-8.3.

Место проведения и оснащение практического занятия: Компьютерный класс №6 (4-60/1) – видеопроектор, доска магнитно-маркерная, комплект учебной мебели на посадочные места, локальный сетевой сервер, персональные компьютеры, экран.

Структура содержания темы (хронокарта практического занятия)

п/п	Этапы практического занятия	Продолжительность (мин.)	Содержание этапа и оснащенность
1	Организация занятия	5.00	Проверка посещаемости и внешнего вида обучающихся
2	Формулировка темы и целей	20.00	Озвучивание преподавателем темы и ее актуальности, целей занятия
3	Контроль исходного уровня знаний и умений	20.00	Тестирование, индивидуальный устный или письменный опрос, фронтальный опрос
4	Раскрытие учебно-целевых вопросов по теме занятия	20.00	Изложение основных положений темы
5	Самостоятельная работа обучающихся (текущий контроль)	90.00	Выполнение практического задания
6	Итоговый контроль знаний (письменно или устно)	20.00	Тесты по теме, ситуационные задачи
7	Задание на дом (на следующее занятие)	5.00	Учебно-методические разработки следующего занятия и методические разработки для внеаудиторной работы по теме
	ВСЕГО	180	

Аннотация (краткое содержание темы):

Искусственный интеллект — свойство интеллектуальных систем выполнять творческие функции, которые традиционно считаются прерогативой человека; наука и технология создания интеллектуальных машин, особенно интеллектуальных компьютерных программ.

Искусственный интеллект связан со сходной задачей использования компьютеров для понимания человеческого интеллекта, но не обязательно ограничивается биологически правдоподобными методами.

Существующие на сегодня интеллектуальные системы имеют достаточно узкие области применения. Например, программы, способные обыграть человека в шахматы, не могут отвечать на вопросы и т. д.

Интеллектуальная система (ИС, англ. intelligent system) — это техническая или программная система, способная решать задачи, традиционно считающиеся творческими, принадлежащие конкретной предметной области, знания о которой хранятся в памяти такой системы.

Предпосылки развития науки искусственного интеллекта

История искусственного интеллекта как нового научного направления начинается в середине XX века. К этому времени уже было сформировано множество предпосылок его зарождения: среди философов давно шли споры о природе человека и процессе познания мира, нейрофизиологи и психологи разработали ряд теорий относительно работы человеческого мозга и мышления, экономисты и математики задавались вопросами оптимальных расчётов и представления знаний о мире в формализованном виде; наконец, зародился фундамент математической теории вычислений — теории алгоритмов — и были созданы первые компьютеры.

Возможности новых машин в плане скорости вычислений оказались больше человеческих, поэтому в учёном сообществе зародился вопрос: каковы границы возможностей компьютеров и достигнут ли машины уровня развития человека? В 1950 году один из пионеров в области вычислительной техники, английский учёный Алан Тьюринг, пишет статью под названием «Может ли машина мыслить?», в которой описывает процедуру, с помощью которой можно будет определить момент, когда машина сравняется в плане разумности с человеком, получившую название теста Тьюринга.

История развития искусственного интеллекта в СССР и России

Коллежский советник Семён Николаевич Корсаков (1787—1853) ставил задачу усиления возможностей разума посредством разработки научных методов и устройств, перекликающуюся с современной концепцией искусственного интеллекта, как усилителя естественного. В 1832 году С. Н. Корсаков опубликовал описание пяти изобретённых им механических устройств, так называемых «интеллектуальных машин», для частичной механизации умственной деятельности в задачах поиска, сравнения и классификации. В конструкции своих машин Корсаков впервые в истории информатики применил перфорированные карты, игравшие у него своего рода роль баз знаний, а сами машины по существу являлись предтечами экспертных систем.

В СССР работы в области искусственного интеллекта начались в 1960-х годах. В Московском университете и Академии наук был выполнен ряд пионерских исследований, возглавленных Вениамином Пушкиным и Д. А. Поспеловым. С начала 1960-х М. Л. Цетлин с коллегами разрабатывали вопросы, связанные с обучением конечных автоматов.

В 1964 году была опубликована работа ленинградского логика Сергея Маслова «Обратный метод установления выводимости в классическом исчислении предикатов», в которой впервые предлагался метод автоматического поиска доказательства теорем в исчислении предикатов.

В 1966 году В. Ф. Турчиным был разработан язык рекурсивных функций Рефал.

Большой вклад в развитие искусственного интеллекта в СССР внес академик Г. С. Поспелов. Им были разработаны принципы создания комплекса взаимосвязанных человеко-машинных систем планирования разного уровня, построенных на основе специализированных систем экономико-математических моделей и принципов искусственного интеллекта, предложено обоснование необходимости создания систем коллективного диалогового пользования в задачах планирования, управления и проектирования, основанных на принципах искусственного интеллекта. Под его руководством были внедрены диалоговые и интеллектуальные системы перспективного планирования развития отраслей и комплексов отраслей промышленности (в частности, совместные разработки ВЦ АН СССР и институтов Миноборонпрома, Минрадиопрома СССР и институтов Минмаша СССР).

До 1970-х годов в СССР все исследования ИИ велись в рамках кибернетики. По предложению академика А. И. Берга в Совете по кибернетике АН СССР была создана комиссия «Методы математической логики в проблемах ИИ», первым председателем которой был С. Ю. Маслов. По мнению Д. А. Поспелова, науки «информатика» и «кибернетика» были в это время смешаны, по причине ряда академических споров. Только в конце 1970-х в СССР начинают говорить о научном направлении «искусственный интеллект» как разделе информатики. При этом родилась и сама информатика, подчинив себе прародительницу «кибернетику». В конце 1970-х создаётся толковый словарь по искусственному интеллекту, трёхтомный справочник по искусственному интеллекту и энциклопедический словарь по информатике, в котором разделы «Кибернетика» и «Искусственный интеллект» входят наряду с другими разделами в состав информатики. Термин «информатика» в 1980-е годы получает широкое распространение, а термин «кибернетика» постепенно исчезает из обращения, сохранившись лишь в названиях тех институтов, которые возникли в эпоху «кибернетического бума» конца 1950-х — начала 1960-х годов. Такой взгляд на искусственный интеллект, кибернетику и информатику разделяется не всеми. Это связано с тем, что на Западе границы данных наук несколько отличаются.

По инициативе Г. С. Поспелова 10 сентября 1986 года при Президиуме АН СССР был создан Научный совет по проблеме «Искусственный интеллект» (председателем совета стал Г. С. Поспелов, его заместителями — Д. А. Поспелов и Э. В. Попов). Позже этот совет сыграл важную роль в развитии исследований по искусственному интеллекту в России и в целом в СССР.

В России 30 мая 2019 года на совещании по развитию цифровой экономики под председательством В. В. Путина было принято решение о подготовке национальной стратегии по искусственному интеллекту. В её рамках готовится федеральная программа с выделением 90 млрд рублей.

10 октября 2019 года В. В. Путин своим указом утвердил национальную стратегию развития искусственного интеллекта в России до 2030 года.

27 августа 2020 года был утверждён национальный проект «Искусственный интеллект», руководителем которого была назначена заместитель министра экономического развития Оксана Тарасенко.

В декабре 2020 года вторая конференция по искусственному интеллекту Artificial Intelligence Journey (AI Journey) вошла в топ-3 аналогичных форумов в мире. В ней участвовало (онлайн) более 20000 человек из 80 стран, в работе конференции принял участие Владимир Путин.

Весной 2021 года Председатель Правительства Михаил Мишустин утвердил правила выделения финансовой поддержки компаний, занятых в сфере ИИ, в размере 1,4 млрд.руб (на 2021 год).

Современный искусственный интеллект

Можно выделить два направления развития ИИ:

- решение проблем, связанных с приближением специализированных систем ИИ к возможностям человека, и их интеграции, которая реализована природой человека;
- создание искусственного разума, представляющего интеграцию уже созданных систем ИИ в единую систему, способную решать проблемы человечества.

Но в настоящий момент в области искусственного интеллекта наблюдается вовлечение многих предметных областей, имеющих скорее практическое отношение к ИИ, а не фундаментальное. Многие подходы были опробованы, но к возникновению искусственного разума ни одна исследовательская группа пока так и не подошла. Ниже представлены лишь некоторые наиболее известные разработки в области ИИ.

Известные ИИ-системы

Некоторые из самых известных ИИ-систем:

- Deep Blue — разработанный IBM, победил чемпиона мира по шахматам. Матч Каспаров против супер ЭВМ не принёс удовлетворения ни компьютерщикам, ни шахматистам, и система не была признана Каспаровым. Затем линия суперкомпьютеров IBM проявилась в проектах brute force BluGene (молекулярное моделирование) и моделирование системы пирамидальных клеток в швейцарском центре Blue Brain.

- AlphaGo — разработанной Google DeepMind, выиграл матч в го у корейского профессионала 9 дана Ли Седоля.
- Watson — перспективная разработка IBM, способная воспринимать человеческую речь и производить вероятностный поиск, с применением большого количества алгоритмов. Для демонстрации работы Watson принял участие в американской игре «Jeopardy!», аналога «Своей игры» в России, где системе удалось выиграть в обеих играх.
- MYCIN — одна из ранних экспертных систем, которая могла диагностировать небольшой набор заболеваний, причем часто так же точно, как и доктора.
- 20Q — проект, основанный на идеях ИИ, по мотивам классической игры «20 вопросов». Стал очень популярен после появления в Интернете на сайте 20q.net.
- Распознавание речи. Системы такие как ViaVoice способны обслуживать потребителей.
- Роботы в ежегодном турнире RoboCup соревнуются в упрощённой форме футбола.

Разработчики компьютерных игр применяют ИИ в той или иной степени проработанности. Это образует понятие «Игровой искусственный интеллект». Стандартными задачами ИИ в играх являются нахождение пути в двумерном или трёхмерном пространстве, имитация поведения боевой единицы, расчёт верной экономической стратегии и так далее.

Примерная тематика НИРС по теме

1. Основные направления исследований в искусственном интеллекте.

Основная литература

1. Ремизов, А. Н. Медицинская и биологическая физика : учебник / А. Н. Ремизов. - 4-е изд., испр. и перераб. - Москва : ГЭОТАР-Медиа, 2022. - 656 с. - Текст : электронный.

Дополнительная литература

1. Фокин, В. А. Теоретические основы кибернетики : курс лекций / В. А. Фокин. - Томск : СибГМУ, 2017. - 244 с. - Текст : электронный.

Электронные ресурсы

1. Машинное обучение (курс лекций, К.В.Воронцов) (<http://www.machinelearning.ru/wiki/index.php?title=%D0%9C%D0%BE>)
2. Открытый курс машинного обучения. Тема 3. Классификация, деревья решений и метод ближайших соседей (<https://habr.com/ru/company/ods/blog/322534/>)

Практическое занятие №8

Тема: Первичный анализ данных.

Разновидность занятия: комбинированное.

Методы обучения: объяснительно-иллюстративный, репродуктивный, метод проблемного изложения, частично-поисковый, исследовательский.

Значение темы (актуальность изучаемой проблемы): занятие обусловлено необходимостью применения описательной статистики в здравоохранении. Полная и достоверная статистическая информация является тем необходимым основанием, на котором базируется процесс управления и организация здравоохранения во всех странах мира. Вся информация, имеющая медицинскую значимость, в конечном счете, обрабатывается и анализируется с помощью медицинской статистики. Именно медико-статистические данные позволяют определить заболеваемость по отдельным видам патологии, выделить наиболее приоритетные для профилактической работы врачей направления, выявить основные тенденции развития заболеваний, прогнозировать развитие эпидемий, оценить уровень риска у больного с той или иной патологией, проанализировать состояние больного и выбрать наиболее рациональный метод лечения, исследовать уровень здоровья, как отдельного пациента, так и выбранной группы (вплоть до здоровья нации), исследовать уровень жизни населения и его взаимосвязь с уровнем здоровья, определить влияние факторов внешней среды на состояние организма пациента и другие медикосоциальные, медико-биологические, медикоэкономические и медико-статистические явления и процессы. Овладение статистической методологией - одно из условий познания конъюнктуры медицинского рынка, изучения тенденций и прогнозирования, принятия оптимальных решений на всех уровнях деятельности. Сложной, трудоемкой и ответственной является заключительная, аналитическая стадия исследования. На этой стадии рассчитываются средние показатели и показатели распределения, анализируется структура совокупности, исследуется динамика и взаимосвязь между изучаемыми явлениями и процессами. На всех этапах статистического исследования статистика использует различные методы. Поэтому полное познание основ медицинской статистики является неотъемлемым условием успешной медицинской практики.

Формируемые компетенции: ПК-10.5, УК-7.3, ОПК-6.1, ОПК-6.2, ОПК-6.3, ОПК-8.1, ОПК-8.2, ОПК-8.3.

Место проведения и оснащение практического занятия: Компьютерный класс №6 (4-60/1) – видеопроектор, доска магнитно-маркерная, комплект учебной мебели на посадочные места, локальный сетевой сервер, персональные компьютеры, экран.

Структура содержания темы (хронокарта практического занятия)

п/п	Этапы практического занятия	Продолжительность (мин.)	Содержание этапа и оснащенность
-----	-----------------------------	--------------------------	---------------------------------

1	Организация занятия	5.00	Проверка посещаемости и внешнего вида обучающихся
2	Формулировка темы и целей	20.00	Озвучивание преподавателем темы и ее актуальности, целей занятия
3	Контроль исходного уровня знаний и умений	20.00	Тестирование, индивидуальный устный или письменный опрос, фронтальный опрос
4	Раскрытие учебно-целевых вопросов по теме занятия	20.00	Изложение основных положений темы
5	Самостоятельная работа обучающихся (текущий контроль)	90.00	Выполнение практического задания
6	Итоговый контроль знаний (письменно или устно)	20.00	Тесты по теме, ситуационные задачи
7	Задание на дом (на следующее занятие)	5.00	Учебно-методические разработки следующего занятия и методические разработки для внеаудиторной работы по теме
	ВСЕГО	180	

Аннотация (краткое содержание темы):

Введение в санитарную статистику

Статистика- это общественная наука, изучающая количественную сторону массовых общественных явлений в неразрывной связи с их качественными особенностями. С помощью количественных характеристик, с учетом конкретных исторических условий статистика помогает обнаружить важнейшие закономерности различных процессов, происходящих в жизни общества.

Санитарная (медицинская) статистика изучает вопросы, связанные с медициной, гигиеной, здравоохранением. Она является важной частью социальной гигиены и организации здравоохранения и в то же время составляет одну из отраслей статистики.

Задачи санитарной статистики

Для чего нужна статистика?

Для строгого доказательства эффективности методов диагностики и лечения (какому проценту больных помогает лечение и в какой степени);

Для оценки эффективности работы врача (сокращение пребывания больного в стационаре (не в ущерб пациенту) позволяет экономить значительные средства);

Для поиска новых методов диагностики и лечения, выбора наилучшего метода из существующих.

Роль медицинской статистики

Для практического здравоохранения: различные статистические концепции необходимы при принятии решений по таким вопросам как оценка состояния здоровья, его прогноз, выбор стратегии и тактики профилактики и лечения, оценка отдаленных результатов и выживаемости. Определение норм санитарно-гигиенического характера, расчета доз лекарственных препаратов, определение стандартов физического развития, оценки эффективности применяемых методов профилактики и лечения.

Для научно-исследовательской деятельности: знание статистики является важным для понимания и критической оценки сообщений в медицинских журналах, монографиях, докладах и т.д. Статистический анализ является одним из элементов <<доказательной>> (evidence-based) медицины.

Для системы здравоохранения в целом, и организаторов здравоохранения: знания принципов статистики абсолютно необходимо для планирования, эффективного управления, и принятия решений.

Математическая статистика

Математическая статистика – раздел математики, изучающий методы сбора, систематизации и обработки результатов наблюдений с целью выявления статистических закономерностей.

Методы математической статистики используются при планировании организации производства, анализе технологических процессов, для контроля качества продукции и многих других целей.

Задачи математической статистики

Установление закономерностей, которым подчинены массовые случайные явления, основано на изучении статистических данных – результатах наблюдений.

Первая задача математической статистики – указать способы сбора и группировки (если данных очень много) статистических сведений.

Вторая задача математической статистики – разработать методы анализа статистических данных в зависимости от целей исследования.

Основные понятия математической статистики

Генеральная совокупность (population) – вся интересующая исследователя совокупность изучаемых объектов, однородных относительно некоторого признака.

N – её объём (количество всех объектов).

Выборка (sample) / Выборочная совокупность - некоторая, обычно небольшая, часть генеральной совокупности, отбираемая специальным образом и исследуемая с целью получения выводов о свойствах генеральной совокупности, n – объём выборки.

Выборка характеризуется:

x_i - варианта

n_i - частота встречаемости.

Объемом совокупности (выборочной или генеральной) называют число объектов этой совокупности. Таким образом, вместо большой совокупности объектов изучается совокупность объёма, значительно меньшего по количеству объектов ($n \ll N$).

ВОПРОС: Зачем используют выборку?

Объект исследования очень большой.

Существует необходимость сбора первичной информации

Репрезентативность выборки

Репрезентативность (фр. representation - представление) - это соответствие характеристик выборки характеристикам генеральной совокупности.

Репрезентативная выборка хорошо представляет генеральную совокупность. Это означает, что каждое свойство (или комбинация свойств) наблюдается в выборке с той же частотой, что и в генеральной совокупности.

Объём выборки

это количественная характеристика выборки,

это количество вариантов в выборке,

это число случаев, включенных в выборочную совокупность.

ВОПРОС: А есть качественная характеристика выборки?

Ответ: Да. Кого и Что именно выбирают. Какие способы построения выборки для этого используют.

Примерная тематика НИРС по теме

1. Описательная статистика в здравоохранении.

Основная литература

1. Ремизов, А. Н. Медицинская и биологическая физика : учебник / А. Н. Ремизов. - 4-е изд., испр. и перераб. - Москва : ГЭОТАР-Медиа, 2022. - 656 с. - Текст : электронный.

Дополнительная литература

1. Фокин, В. А. Теоретические основы кибернетики : курс лекций / В. А. Фокин. - Томск : СибГМУ, 2017. - 244 с. - Текст : электронный.

Электронные ресурсы

1. Сверточная нейронная сеть, часть 2: обучение алгоритмом обратного распространения ошибки (<https://habr.com/ru/post/348028/>)
2. Лекции Техносферы. Нейронные сети в машинном обучении (<https://habr.com/ru/company/mailru/blog/344982/>)
3. Лекция 3. Обучение нейронных сетей в Keras (<https://compscicenter.ru/courses/data-mining-python2/2018-autumn/classes/3999/>)
4. Лекция 1. Нейронные сети. Теория (<https://compscicenter.ru/courses/data-mining-python2/2018-autumn/classes/3997/>)
5. Свёрточные нейронные сети для визуального распознавания (<https://www.reg.ru/blog/stenfordskij-kurs-lekciya-1-vvedenie/>)

Практическое занятие №9

Тема: Сравнение количественных и относительных показателей. (В интерактивной форме).

Разновидность занятия: комбинированное.

Методы обучения: объяснительно-иллюстративный, репродуктивный, метод проблемного изложения, частично-поисковый, исследовательский.

Значение темы (актуальность изучаемой проблемы): занятие обусловлено широким спектром применения статистики в разных областях, в том числе, в здравоохранении. В практической и научно-практической работе врачи обобщают результаты, полученные, как правило, на выборочных совокупностях. Для более широкого распространения и применения полученных при изучении репрезентативной выборочной совокупности данных и выводов надо уметь по части явления судить о явлении и его закономерностях в целом. Учитывая, как правило, что врачи проводят исследования на выборочных совокупностях, теория статистики позволяет с помощью математического аппарата (формул) переносить данные с выборочного исследования на генеральную совокупность. При этом врач должен уметь не только пользоваться математическими формулами, но и делать выводы, соответствующие каждому способу оценки достоверности полученных данных. С этой целью врач должен знать способы оценки достоверности. Применяя метод оценки достоверности результатов исследования для изучения общественного здоровья и деятельности учреждений здравоохранения, а также в своей научной деятельности, исследователь должен уметь правильно выбрать способ данной оценки. Среди методов оценки достоверности различают параметрические и непараметрические методы.

Формируемые компетенции: ПК-10.5, УК-7.3, ОПК-6.1, ОПК-6.2, ОПК-6.3, ОПК-8.1, ОПК-8.2, ОПК-8.3.

Место проведения и оснащение практического занятия: Компьютерный класс №6 (4-60/1) – видеопроектор, доска магнитно-маркерная, комплект учебной мебели на посадочные места, локальный сетевой сервер, персональные компьютеры, экран.

Структура содержания темы (хронокарта практического занятия)

п/п	Этапы практического занятия	Продолжительность (мин.)	Содержание этапа и оснащенность
1	Организация занятия	5.00	Проверка посещаемости и внешнего вида обучающихся
2	Формулировка темы и целей	20.00	Озвучивание преподавателем темы и ее актуальности, целей занятия
3	Контроль исходного уровня знаний и умений	20.00	Тестирование, индивидуальный устный или письменный опрос, фронтальный опрос

4	Раскрытие учебно-целевых вопросов по теме занятия	20.00	Изложение основных положений темы
5	Самостоятельная работа обучающихся (текущий контроль)	90.00	Выполнение практического задания
6	Итоговый контроль знаний (письменно или устно)	20.00	Тесты по теме, ситуационные задачи
7	Задание на дом (на следующее занятие)	5.00	Учебно-методические разработки следующего занятия и методические разработки для внеаудиторной работы по теме
	ВСЕГО	180	

Аннотация (краткое содержание темы):

В последние 20-30 лет медицина и биология вступили в новую фазу развития. Накопление огромного массива данных и доступность вычислительной техники усилило математизацию биологии и медицины. Особое место занимают методы статистического анализа данных.

В практической и научно-практической работе врачи обобщают результаты, полученные, как правило, на выборочных совокупностях. Для более широкого распространения и применения полученных при изучении репрезентативной выборочной совокупности данных и выводов надо уметь по части явления судить о явлении и его закономерностях в целом. Учитывая, как правило, что врачи проводят исследования на выборочных совокупностях, теория статистики позволяет с помощью математического аппарата (формул) переносить данные с выборочного исследования на генеральную совокупность. При этом врач должен уметь не только пользоваться математическими формулами, но и делать выводы, соответствующие каждому способу оценки достоверности полученных данных. С этой целью врач должен знать способы оценки достоверности. Применяя метод оценки достоверности результатов исследования для изучения общественного здоровья и деятельности учреждений здравоохранения, а также в своей научной деятельности, исследователь должен уметь правильно выбрать способ данной оценки. Среди методов оценки достоверности различают параметрические и непараметрические методы.

Параметрическими называют количественные методы статистической обработки данных, применение которых требует обязательного знания закона распределения изучаемых признаков в совокупности и вычисления их основных параметров.

В тех случаях, когда имеется малое количество наблюдений и характер распределения неизвестен, когда кроме количественных характеристик, результаты выражаются полуколичественными, а иногда описательными характеристиками (тяжесть заболевания, интенсивность реакции, результаты лечения), параметрические методы становятся непригодными. В этих ситуациях следует использовать непараметрические методы оценки достоверности.

Непараметрическими являются количественные методы статистической обработки данных, применение которых не требует знания закона распределения изучаемых признаков в совокупности и вычисления их основных параметров.

В то же время следует отметить, что назначение применения непараметрических методов гораздо шире, чем только оценка достоверности результатов исследования (в том числе они применяются и для характеристики одной выборочной совокупности, и для изучения связи между явлениями). В данном случае акцент сделан на оценке достоверности результатов исследования, как одном из наиболее важных разделов статистического анализа, поэтому непараметрические методы не представлены отдельной темой.

Как параметрические, так и непараметрические методы, используемые для сравнения результатов исследований, т.е. для сравнения выборочных совокупностей, заключаются в применении определенных формул и расчете определенных показателей в соответствии с предписанными для того или иного метода алгоритмами. В конечном результате высчитывается определенная числовая величина, которую сравнивают с табличными пороговыми значениями. Критерием достоверности будет результат сравнения полученной величины и табличного значения при данном числе наблюдений (или степеней свободы) и при заданном уровне безошибочного прогноза. Таким образом, в статистической процедуре оценки основное значение имеет полученный критерий достоверности, поэтому сам способ оценки достоверности в целом иногда называют тем или иным критерием по фамилии автора, предложившего его в качестве основы метода.

Оценка достоверности полученных статистических данных необходима, прежде всего, для определения **ошибки репрезентативности** – величины, показывающей насколько показатели, полученные при исследовании выборочной совокупности, отличаются от показателей, полученных при исследовании генеральной совокупности.

Статистическая гипотеза - это всякое высказывание о генеральной совокупности, проверяемое по выборке.

Алгоритм проверки статистических гипотез

Сформулировать основную и альтернативную гипотезы.

Задать уровень значимости.

Выбрать статистику -- критерий проверки гипотезы.

Определить критическую область.

Вычислить значение статистики по выборке.

Сравнить значение статистики с критической областью, сделать вывод.

Гипотеза - предположение о сущности данного факта (или ряда фактов). Гипотеза, принятая исследователем называется рабочей (основной) гипотезой. Противоположная ей - альтернативная гипотеза.

Нулевая гипотеза предполагает, что не существует значимого различия (например, между контрольной и экспериментальной группой).

В статистике принято нулевую гипотезу считать рабочей (основной), а ей противоположную - альтернативной.

Гипотеза, имеющая большую вероятность (больше 95% или 99%) статистически значима.

Нулевая гипотеза H_0 подлежит проверке, по результатам которой ее можно принять либо отклонить. <<Принять>> означает <<не получить убедительных аргументов для отклонения гипотезы>>.

Альтернативная гипотеза H_1 принимается только тогда, когда есть убедительное статистическое доказательство для отклонения основной гипотезы.

Статистические гипотезы проверяются статистическими методами, на основании выборки, полученной из генеральной совокупности. Из-за случайности выборки в результате проверки могут возникать ошибки и приниматься неправильные решения.

Ошибка первого рода (type I error) происходит, если мы отвергаем верную нулевую гипотезу.

Ошибка второго рода (type II error) происходит, если мы принимаем нулевую гипотезу, когда она неверна.

Уровнем значимости (level of significance) гипотезы называют вероятность совершить ошибку первого рода, то есть отклонить верную нулевую гипотезу.

Обозначение: α .

Значение α обычно выбирается небольшим: 0.10 (10%); 0.05 (5%) или 0.01 (1%).

Каким образом на основании выборки принимается решение? Для этого необходима специальная функция, называемая статистикой или критерием. Эта функция зависит от выборки и потому является случайной функцией.

Множество значений статистики включает:

- область принятия гипотезы, то есть множество тех значений статистики, при которых гипотеза H_0 принимается;
- критическую область, то есть множество тех значений статистики, при которых гипотеза H_0 отклоняется и принимается альтернативная гипотеза.

Критическая область ограничена критическими значениями, или границами критической области, которые вычисляются для каждой статистики при помощи таблиц.

Критические значения (critical value(s)) отделяют критическую область от области принятия гипотезы.

Критическая область строится для каждой статистики, основываясь на ее свойствах, и зависит от:

- объема выборки;
- уровня значимости, задаваемого исследователем;
- вида альтернативной гипотезы.

После построения критической области вычисляется значение статистики по выборке. Затем сравнивается полученное значение статистики с критической областью. Если значение статистики попало в область принятия гипотезы, то гипотеза H_0 принимается. Если значение статистики попало в критическую область, то гипотеза H_0 отклоняется и принимается альтернативная гипотеза H_1 .

Область применения	Метод параметрический	Метод непараметрический
Описательная статистика	Вычисление средних значений, среднеквадратичных отклонений и др.	Вычисление медиан, квартилей, межквартильного размаха, квантилей и др.
Сравнение двух независимых групп по одному параметру	t-Критерий Стьюдента для независимых выборок	Критерий Манна-Уитни, критерий χ^2 , точный критерий Фишера и др.
Сравнение двух зависимых групп по одному параметру	t-Критерий Стьюдента для зависимых выборок	Критерий Вилкоксона, критерий знаков и др.
Анализ взаимосвязи двух параметров	Корреляционный анализ по Пирсону	Корреляционный анализ по Спирмену, Кендаллу и др.
Одновременный анализ трех и более параметров	Регрессионный анализ, дискриминантный анализ, кластерный анализ, дисперсионный анализ	Логистический регрессионный анализ, анализ конъюнкций и др.

Критерий χ^2 Пирсона - это **непараметрический метод**, который позволяет оценить значимость различий между фактическим (выявленным в результате исследования) количеством исходов или качественных характеристик выборки, попадающих в каждую категорию, и теоретическим количеством, которое можно ожидать в изучаемых группах при справедливости нулевой гипотезы. Выражаясь проще, метод позволяет оценить статистическую значимость различий двух или нескольких относительных показателей (частот, долей).

Критерий согласия позволяет выяснить, насколько согласуются между собой наблюдаемые частоты и ожидаемые, иными словами, существенны или нет различия между ними.

Ожидаемые частоты (Expected) - частоты, полученные путем вычисления на основе теоретических представлений о предполагаемом распределении.

Необходимые условия

1. Выборка случайна.
2. Наблюдаемая частота должна быть не меньше 5

Для проверки гипотезы используется χ^2 -критерий с числом степеней свободы $df=n-1$

$$\chi^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E}$$

O - наблюдаемая частота (Observed), E - ожидаемая частота (Expected)

Пример (Вкусовые предпочтения) Маркетолог хочет узнать, какому из пяти вкусов нового напитка отдают предпочтение покупатели. Проведен опрос 100 человек.

Если нет каких-либо особых вкусовых предпочтений, то каждый вид напитка покупают с одинаковой частотой. В таком случае каждая частота должна быть равна $100/5 = 20$, то есть приблизительно по 20 человек выберут каждый вид сока.

Решение.

1. Нулевая и альтернативная гипотезы:

H0: У покупателей нет вкусовых предпочтений.

H1: У покупателей есть предпочтения.

2. Уровень значимости $\alpha=0,05$

3. Критическое значение равно $\chi^2_{кр}=9,488$ (Реализация в Excel: **=ХИ2ОБР(0,05;4)**)

=ХИ2ОБР(вероятность;степени_свободы)

4. По выборке находим значение статистики:

$$\chi^2_{расч} = \frac{(32 - 20)^2}{20} + \frac{(28 - 20)^2}{20} + \frac{(16 - 20)^2}{20} + \frac{(14 - 20)^2}{20} + \frac{(10 - 20)^2}{20} = 18$$

5. Сравним полученное значение с критической областью: $18 > 9,488$. Значение попало в критическую область.

6. **Формулируем ответ.** В ходе проведенного исследования мы получили, что существуют значимые предпочтения покупателей по поводу вида напитка.

Критерий хи-квадрат может применяться при анализе **таблиц сопряженности**, содержащих сведения о частоте исходов в зависимости от наличия фактора риска. Например, четырехпольная таблица сопряженности выглядит следующим образом:

Условия и ограничения применения критерия χ^2 Пирсона

1. Сопоставляемые показатели должны быть измерены в номинальной шкале или в порядковой.

2. Данный метод позволяет проводить анализ не только четырехпольных таблиц, когда и фактор, и исход являются бинарными переменными, то есть имеют только два возможных значения (например, мужской или женский пол, курит или не курит). Критерий χ^2 Пирсона может применяться и в случае анализа многопольных таблиц, когда фактор и (или) исход принимают три и более значений.

3. Сопоставляемые группы должны быть независимыми, то есть критерий χ^2 не должен применяться при сравнении наблюдений "до-после".

4. При анализе четырехпольных таблиц ожидаемые значения в каждой из ячеек должны быть не менее 10. В том случае, если хотя бы в одной ячейке ожидаемое явление принимает значение от 5 до 9, критерий хи-квадрат должен рассчитываться с поправкой Йейтса. Если хотя бы в одной ячейке ожидаемое явление меньше 5, то для анализа должен использоваться точный критерий Фишера.

5. В случае анализа многопольных таблиц ожидаемое число наблюдений не должно принимать значения менее 5 более чем в 20% ячеек.

Как рассчитать критерий χ^2 Пирсона?

Рассчитываем ожидаемое количество наблюдений для каждой из ячеек таблицы сопряженности (при условии справедливости нулевой гипотезы об отсутствии взаимосвязи) путем перемножения сумм рядов и столбцов с последующим делением полученного произведения на общее число наблюдений. Общий вид таблицы ожидаемых значений представлен ниже:

Находим значение критерия χ^2 по следующей формуле:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

где

i - номер строки (от 1 до r),

j - номер столбца (от 1 до c),

O_{ij} - фактическое количество наблюдений в ячейке ij (другими словами, наблюдаемые частоты),

E_{ij} - ожидаемое число наблюдений в ячейке ij .

Определяем число степеней свободы по формуле: $df = (r - 1) \cdot (c - 1)$. Соответственно, для четырехпольной таблицы, в которой 2 ряда ($r = 2$) и 2 столбца ($c = 2$), число степеней свободы составляет $df = (2 - 1) \cdot (2 - 1) = 1$.

Сравниваем значение критерия χ^2 с критическим значением при числе степеней свободы df (по таблице).

В том случае, если полученное значение критерия χ^2 больше критического, делаем вывод о наличии статистической взаимосвязи между изучаемым фактором риска и исходом при соответствующем уровне значимости.

Критерий χ^2 с поправкой Йейтса

В том случае, если число ожидаемого явления меньше 10 хотя бы в одной ячейке, при анализе четырехпольных таблиц должен рассчитываться критерий χ^2 с поправкой Йейтса. Данная поправка позволяет уменьшить вероятность ошибки первого типа, т.е. обнаружения различий там, где их нет. Поправка Йейтса заключается в вычитании 0,5 из абсолютного значения разности между фактическим и ожидаемым количеством наблюдений в каждой ячейке, что ведет к уменьшению величины критерия хи-квадрат. Формула для расчета критерия χ^2 с поправкой Йейтса следующая:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(|H_{ij} - O_{ij}| - 0.5)^2}{O_{ij}}$$

Пример критерия χ^2 с поправкой Йейтса

Наблюдаемые значения:	Курит	Не курит	Всего
Мужчина	8	6	14
Женщина	5	6	11
Всего	13	12	25

Ожидаемые значения	Курит	Не курит	Всего
Мужчина	$(14 \cdot 13)/25 = 7.28$	$(14 \cdot 12)/25 = 6.72$	14
Женщина	$(11 \cdot 13)/25 = 5.72$	$(11 \cdot 12)/25 = 5.28$	11
Всего	13	12	25

$$\chi^2_{\text{расч}} = 0,03.$$

При $\alpha=0,05$ имеем $\chi^2_{\text{кр}}=3,841$. Т.к. $\chi^2_{\text{расч}} < \chi^2_{\text{кр}}$, следовательно, нет связи между полом и фактором курения.

ТОЧНЫЙ КРИТЕРИЙ ФИШЕРА

Точный критерий Фишера - это критерий, который используется для сравнения двух относительных показателей, характеризующих частоту определенного признака, имеющего два значения. Исходные данные для расчета точного критерия Фишера обычно группируются в виде четырехпольной таблицы.

Точный критерий Фишера в основном применяется **для сравнения малых выборок**. Этому есть две веские причины. Во-первых, вычисления критерия довольно громоздки и могут занимать много времени или требовать мощных вычислительных ресурсов. Во-вторых, критерий довольно точен (что нашло отражение даже в его названии), что позволяет его использовать в исследованиях с небольшим числом наблюдений.

В каких случаях можно использовать точный критерий Фишера?

- Сравнимые переменные должны быть измерены в **номинальной шкале** и иметь только два значения.
- Точный критерий Фишера предназначен **для сравнения двух независимых групп**, разделенных по факторному признаку. Соответственно, фактор также должен иметь только два возможных значения.
- Критерий подходит для сравнения очень малых выборок: точный критерий Фишера может применяться для анализа четырехполных таблиц в случае значений ожидаемого явления менее 5, что является ограничением для применения критерия хи-квадрат Пирсона, даже с учетом поправки Йейтса.
- Точный критерий Фишера бывает односторонним и двусторонним. При одностороннем варианте точно известно, куда отклонится один из показателей. Двусторонний тест оценивает различия частот по двум направлениям. То есть оценивается вероятность как большей, так и меньшей частоты явления в экспериментальной группе по сравнению с контрольной группой.

Аналогом точного критерия Фишера является Критерий хи-квадрат Пирсона, при этом точный критерий Фишера обладает более высокой мощностью, особенно при сравнении малых выборок, в связи с чем в этом случае обладает преимуществом.

Точный критерий Фишера рассчитывается по следующей формуле:

$$P = \frac{(A + B)! \cdot (C + D)! \cdot (A + C)! \cdot (B + D)!}{A! \cdot B! \cdot C! \cdot D! \cdot N!}$$

где $N = A+B+C+D$ - общее число исследуемых в двух группах.

Достоинством метода является соответствие полученного критерия точному значению уровня значимости p .

- Если значение точного критерия Фишера больше критического, принимается нулевая гипотеза и делается вывод об отсутствии статистически значимых различий частоты исхода в зависимости от наличия фактора риска.
- Если значение точного критерия Фишера меньше критического, принимается альтернативная гипотеза и делается вывод о наличии статистически значимых различий частоты исхода в зависимости от воздействия фактора риска.

Если $P > 0,05$, в связи с чем делаем вывод об отсутствии статистически значимых различий частоты фактора риска в зависимости от исхода (наличия/отсутствия).

Примерная тематика НИРС по теме

1. Классификация статистических показателей.

Основная литература

1. Ремизов, А. Н. Медицинская и биологическая физика : учебник / А. Н. Ремизов. - 4-е изд., испр. и перераб. - Москва : ГЭОТАР-Медиа, 2022. - 656 с. - Текст : электронный.

Дополнительная литература

1. Фокин, В. А. Теоретические основы кибернетики : курс лекций / В. А. Фокин. - Томск : СибГМУ, 2017. - 244 с. - Текст : электронный.

Электронные ресурсы

1. Сверточная нейронная сеть, часть 2: обучение алгоритмом обратного распространения ошибки (<https://habr.com/ru/post/348028/>)
2. Лекции Техносферы. Нейронные сети в машинном обучении (<https://habr.com/ru/company/mailru/blog/344982/>)
3. Лекция 3. Обучение нейронных сетей в Keras (<https://compscicenter.ru/courses/data-mining-python2/2018-autumn/classes/3999/>)
4. Лекция 1. Нейронные сети. Теория (<https://compscicenter.ru/courses/data-mining-python2/2018-autumn/classes/3997/>)
5. Свёрточные нейронные сети для визуального распознавания (<https://www.reg.ru/blog/stenfordskij-kurs-lekciya-1-vvedenie/>)

Практическое занятие №10

Тема: Систематизация пройденного материала. Стажировка: защита групповой работы.

Разновидность занятия: комбинированное.

Методы обучения: репродуктивный.

Значение темы (актуальность изучаемой проблемы): Заключительный контроль знаний и навыков, полученных при изучении курса.

Формируемые компетенции: ПК-10.5, УК-7.3, ОПК-6.1, ОПК-6.2, ОПК-6.3, ОПК-8.1, ОПК-8.2, ОПК-8.3.

Место проведения и оснащение практического занятия: Компьютерный класс №6 (4-60/1) – видеопроектор, доска магнитно-маркерная, комплект учебной мебели на посадочные места, локальный сетевой сервер, персональные компьютеры, экран.

Структура содержания темы (хронокарта практического занятия)

п/п	Этапы практического занятия	Продолжительность (мин.)	Содержание этапа и оснащённость
1	Постановка задачи	5.00	Постановка задачи
2	Защита проектов в формате конференции	85.00	Защита проектов в формате конференции
	ВСЕГО	90	

Аннотация (краткое содержание темы):

Защита проектов в формате конференции

Примерная тематика НИРС по теме

1. На этом занятии НИРС не предусмотрен.

Основная литература

1. Ремизов, А. Н. Медицинская и биологическая физика : учебник / А. Н. Ремизов. - 4-е изд., испр. и перераб. - Москва : ГЭОТАР-Медиа, 2022. - 656 с. - Текст : электронный.

Дополнительная литература

1. Фокин, В. А. Теоретические основы кибернетики : курс лекций / В. А. Фокин. - Томск : СибГМУ, 2017. - 244 с. - Текст : электронный.

Электронные ресурсы

1. Сверточная нейронная сеть, часть 2: обучение алгоритмом обратного распространения ошибки (<https://habr.com/ru/post/348028/>)
2. Лекции Техносферы. Нейронные сети в машинном обучении (<https://habr.com/ru/company/mailru/blog/344982/>)
3. Лекция 3. Обучение нейронных сетей в Keras (<https://compscicenter.ru/courses/data-mining-python2/2018-autumn/classes/3999/>)
4. Свёрточные нейронные сети для визуального распознавания (<https://www.reg.ru/blog/stenfordskij-kurs-lekciya-1-vvedenie/>)