

Существует несколько способов нахождения коэффициентов логистической регрессии. На практике часто используют метод максимального правдоподобия. Он применяется в статистике для получения оценок параметров генеральной совокупности по данным выборки. Основу метода составляет функция правдоподобия (likelihood function), выражающая плотность вероятности (вероятность) совместного появления результатов выборки.

$$L(Y_1, Y_2, \dots, Y_k; \theta) = p(Y_1; \theta) \cdot \dots \cdot p(Y_k; \theta)$$

Согласно методу максимального правдоподобия в качестве оценки неизвестного параметра принимается такое значение, которое максимизирует функцию L .

$$\theta = \theta(Y_1, \dots, Y_k),$$

Нахождение оценки упрощается, если максимизировать не саму функцию L , а натуральный логарифм $\ln(L)$, поскольку максимум обеих функций достигается при одном и том же значении θ :

$$P_i = \text{Prob}(Y_i = 1).$$

В случае бинарной независимой переменной, которую мы имеем в логистической регрессии, выкладки можно продолжить следующим образом. Обозначим через P_i вероятность появления единицы:

$$L^*(Y; \theta) = \ln(L(Y; \theta)) \rightarrow \max$$

Эта вероятность будет зависеть от $X_i W$, где X_i — строка матрицы регрессоров, W — вектор коэффициентов регрессии:

$$P_i = F(X_i W), \quad F(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

Логарифмическая функция правдоподобия равна:

$$L^* = \sum_{i \in I_1} \ln P_i(W) + \sum_{i \in I_0} \ln(1 - P_i(W)) = \sum_{i=1}^k [Y_i \ln P_i(W) + (1 - Y_i) \ln(1 - P_i(W))]$$

, где I_0, I_1 — множества наблюдений, для которых $Y_i=0$ и $Y_i=1$ соответственно.

Можно показать, что градиент g и гессиан H функции правдоподобия равны: