

Кафедра медицинской и биологической физики

Тема: **Понятие производной. Дифференциал функции.
Использование дифференциала в приближенных
вычислениях.**

**лекция № 1 для студентов 1 курса, обучающихся по
специальности
СТОМАТОЛОГИЯ**

Красноярск, 2017

План лекции:

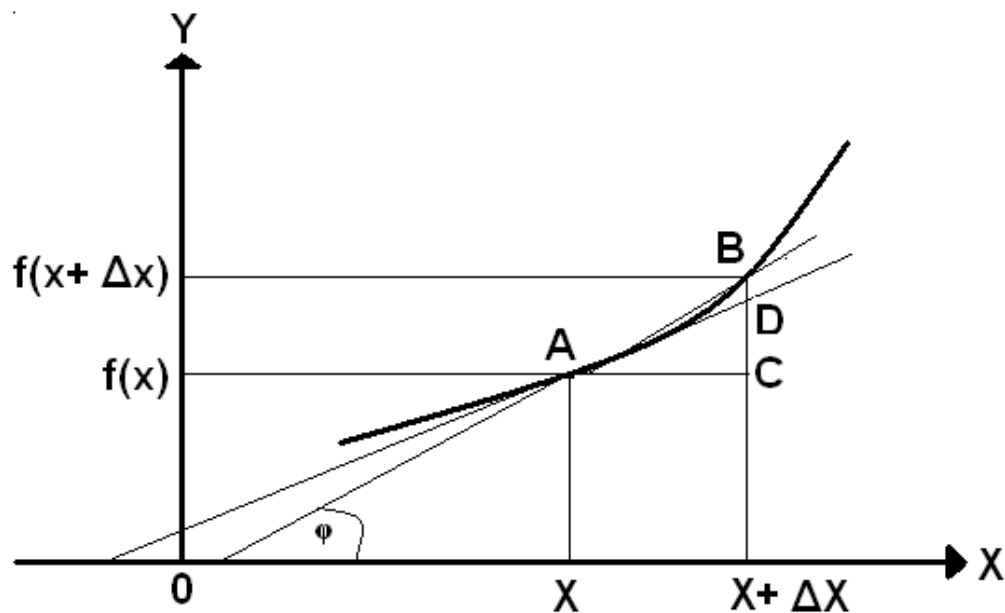
- Понятие производной. Таблица производных от основных функций
- Правила дифференцирования, производная сложной функции
- Понятие дифференциала. Частные производные. Полный дифференциал
- Использование дифференциала в приближенных вычислениях
- Оценка погрешностей измерений

Понятие производной

Производной функции $f(x)$ называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента при стремлении последнего к нулю, т.е.

$$y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Геометрический смысл производной



$$y' = \operatorname{tg} \varphi$$

Правила дифференцирования производная сложной функции

$$(U \pm V)' = U' \pm V'$$

$$(U \cdot V)' = U' \cdot V + V' \cdot U$$

$$(C \cdot U)' = C \cdot U' \qquad C' = 0$$

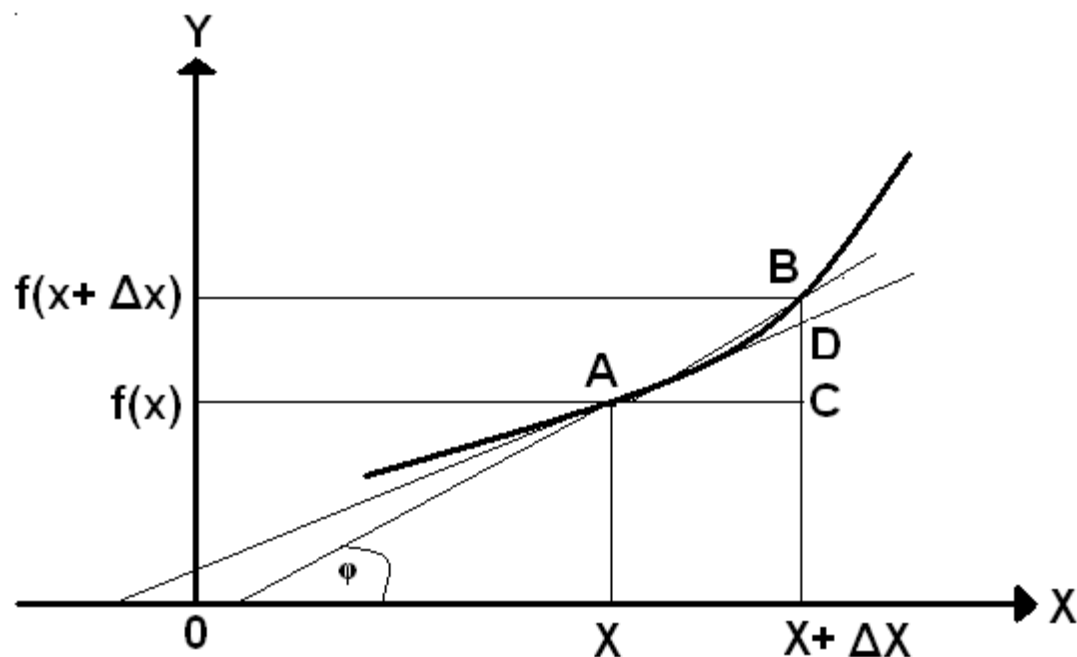
$$\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U' \cdot V - V'U}{V^2}$$

$y = f[z(x)]$
 $y' = f'_z \cdot z'_x$

Таблица производных от основных функций

Функция	Производная
x^n	$n \cdot x^{n-1}$
a^x	$a^x \cdot \ln a$
e^x	e^x
$\log_a x$	$\frac{1}{x \cdot \ln a}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\sin(x)$	$\cos(x)$
$\cos(x)$	$-\sin(x)$

Понятие дифференциала. Геометрический смысл дифференциала



$$dy = y' \cdot dx$$

$$BC = \Delta y$$

$$DC = dy$$

$$\Delta y = dy + \varepsilon$$

Дифференциал функции – это главная линейная часть приращения функции (DC). Отличается от приращения на бесконечно малую величину.

Частные производные

$$z = f(x, y)$$

$$\Delta_x z = f(x + \Delta x, y) - f(x, y)$$

$$\Delta_y z = f(x, y + \Delta y) - f(x, y)$$

$$z'_x = \frac{\partial z}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta_x z}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x, y) - f(x, y)}{\Delta x}$$

$$z'_y = \frac{\partial z}{\partial y} = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\Delta_y z}{\Delta y} = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{f(x, y + \Delta y) - f(x, y)}{\Delta y}$$

$$d_x z = \frac{\partial z}{\partial x} dx \quad d_y z = \frac{\partial z}{\partial y} dy \quad dz = d_x z + d_y z = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$$

Использование дифференциала в приближенных вычислениях

- Для нахождения приближенного значения приращения функции

$$\Delta y \approx dy = y' dx$$

- Для нахождения приближенного значения функции в заданной точке

$$f(x + \Delta x) \approx f(x) + f'_x \cdot dx$$

- Для вычисления погрешностей

$$\Delta N_{абс} \approx dN; \Delta N_{отн} \approx \frac{dN_{абс}}{N}$$

Формулы приближенных вычислений

$$\sin(x) \simeq tg(x) \simeq x; x \rightarrow 0;$$

$$e^x \simeq x; x \rightarrow 0;$$

$$\ln(x+1) \simeq x; x \rightarrow 0;$$

$$\sqrt{1+x} \simeq 1 + \frac{x}{2}; x \rightarrow 0;$$

Тест-контроль

Геометрический смысл производной:

1. главная линейная часть приращения функции
2. приращение функции
3. тангенс угла наклона касательной к функции
4. тангенс угла наклона секущей к функции

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Обязательная:

1. Павлушков И.В. Основы высшей математики и математической статистики: учебник для мед.вузов.- М.: ГЭОТАР-Медиа, 2007.-

Дополнительная:

1. Математика в примерах и задачах: учебное пособие /Л.Н.Журбенко, Г.А. Никонова, Н.В.Никонова и др.- М.: ИНФРА-М, 2010.-
2. Шаповалов К.А. Основы высшей математики: учебное пособие. -Красноярск: Печатные технологии, 2004
3. Математика: метод. указания к внеаудит. работе для студ. по спец. – педиатрия /сост. Л.А.Шапиро и др.- Красноярск: тип.КрасГМУ, 2009.-

Электронные ресурсы:

1. ЭБС КрасГМУ
2. Ресурсы интернет